

# Versuch 4

## STRAHLUNGSMESSUNG

### 1. Grundlagen

Die Strahlung nimmt unter den meteorologischen Meßgrößen einen wichtigen Platz ein, da die Sonnenstrahlung die primäre Energiequelle des atmosphärischen Geschehens ist und die verschiedenen Strahlungsströme einen wesentlichen Teil des Energietransportes in der Atmosphäre bestreiten. Diese Strahlungsströme bzw. die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit tretende Strahlungsenergie wird in  $W/m^2$  angegeben.

#### 1.1 Strahlungsmeßgrößen

Auf Grund der spektralen Verteilung der Energie lassen sich die Strahlungsströme in zwei Bereiche trennen:

a) die *kurzwellige Strahlung* (0.25 bis  $3\mu m$ )

Sie stammt hauptsächlich von der Sonne, die eine Oberflächentemperatur von ca. 6000 K hat. An der Grenze der Atmosphäre treffen im Mittel  $1,37 kW/m^2$  ein (Solarkonstante). Ein Teil davon wird in der Atmosphäre absorbiert und reflektiert. Der größere Teil gelangt aber zusammen mit der gestreuten Strahlung direkt zur Erdoberfläche, wo er wiederum entweder absorbiert oder reflektiert wird. Drei kurzwellige Strahlungsströme können unterschieden werden:

- die *Sonnenstrahlung*  $S = S_o \sin \varphi_{\text{Sonn}}$  wobei  $S_o$  die Intensität der Sonnenstrahlung, die auf eine zur Ausbreitungsrichtung senkrechte Fläche fällt, und  $\varphi_{\text{Sonn}}$  der Winkel der Sonnenhöhe ist.
- die *Himmelsstrahlung (diffuse Strahlung)* H, d.h. die kurzwellige Streu- und Reflexstrahlung von Luftmolekülen, Wolken und Aerosolen.
- die *kurzwellige Reflexstrahlung der Erdoberfläche*  $R_{kw}$ .

Letztere läßt sich durch die ersten beiden Größen darstellen als

$$R_{kw} = (1 - \epsilon_{kw}) (S + H) \quad (4.1)$$

Dabei ist

- $\epsilon_{kw}$  der mittlere *Absorptionskoeffizient im kurzwelligen Bereich* des Spektrums und
- $r_{kw} = (1 - \epsilon_{kw})$  die kurzwellige Reflexzahl (*Albedo*)

Die Summe  $G = S + H$  wird als *Globalstrahlung* bezeichnet.

Die *kurzwellige Strahlungsbilanz der Erdoberfläche* ist

$$Q_{kw} = S + H - R_{kw} = \epsilon_{kw} (S + H) \quad (4.2)$$

b) die *langwellige Strahlung*, (3 bis  $100 \mu m$ )

Sie ist vor allem eine terrestrische Strahlung, die von Emittlern mit Temperaturen um oder unter 300K ausgeht. Es wird unterschieden zwischen:

- der *Gegenstrahlung* A, d.h. der langwelligen Strahlung von Wolken, Wasserdampf und Kohlendioxid, die nur von der Temperatur des Strahlers abhängt.
- der *Austrahlung des Erdbodens*  $E = \epsilon_{lw} \sigma T_B^4$  mit

$\epsilon_{lw}$  = mittlerer Emissionskoeffizient der langwelligen Strahlung

$\sigma$  = Stefan-Boltzmann-Konstante  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  und  $T_B$  die Temperatur des Erdbodens  
 Bei nichtmetallischen Emittlern ist  $\epsilon_{lw} = 1$ . Die Erdoberfläche wird häufig als schwarzer Strahler angenommen, wobei der Fehler durch die gleichzeitige Vernachlässigung von  $R_{lw}$  kompensiert wird.

- die langwellige Reflexstrahlung  $R_{lw} = (1 - \epsilon_{lw}) A$

Die langwellige Strahlungsbilanz der Erdoberfläche wird damit beschrieben durch

$$Q_{lw} = A - E - R_{lw} \approx A - \sigma T_B^4$$

Als Strahlungsbilanz bezeichnet man die Summe von  $Q_{kw}$  und  $Q_{lw}$ .

$$Q = Q_{kw} + Q_{lw} = S + H - R_{kw} + A - E - R_{lw} = \epsilon_{kw} (S+H) + \epsilon_{lw} (A - \sigma T_B^4) \quad (4.3)$$

Sie gibt an, welche Strahlungsenergie an der Erdoberfläche zur Umwandlung in andere Energieformen zur Verfügung steht. Über die Absorptionskoeffizienten und die Bodentemperatur sind in der Gleichung Eigenschaften der Bodenoberfläche enthalten.

Deshalb wird vielfach auch nur die *Effektivstrahlung*

$$Q_{eff} = S + H + A - \sigma T_L^4 \quad (4.4)$$

betrachtet, d.h. die Strahlungsbilanz einer horizontalen Fläche mit der Lufttemperatur, wobei die Atmosphäre als schwarzer Strahler angenommen wird.

Beim Fehlen kurzweilliger Strahlung ( $S+H=0$ ) wird der negative nächtliche Wert von  $Q_{eff}$  die *effektive nächtliche Ausstrahlung* genannt

$$E_{eff} = \sigma T_L^4 - A \quad (4.5)$$

Diese unterscheidet sich von  $Q_{lw}$  außer durch das Vorzeichen noch um die Differenz

$$\sigma T_B^4 - \sigma T_L^4 \approx \alpha_s (\vartheta_B - \vartheta_L), \quad (4.6)$$

wobei  $\alpha_s$  die Strahlungsübergangszahl ist.

Die Strahlungsströme ändern sich mit der Tages- und Jahreszeit und insbesondere auch mit der Witterung (Bewölkung). Als charakteristisch für Mitteleuropa (Hamburger Messungen) können folgende Jahresmittelwerte (in  $W/m^2$ ) gelten:

Globalstrahlung	$S + H$	104
Reflexstrahlung (Wiese)	$R_{kw}$	20
kurzwellige Bilanz	$Q_{kw}$	84
atmosph. Gegenstrahlung	$A$	320
langw. Emission	$E$	357
langwellige Strahlungsbilanz	$Q_{lw}$	-37
Gesamte Strahlungsbilanz	$Q$	47

Hier wird deutlich, wie klein im Jahresmittel der Strahlungsstrom ist, der zur Umsetzung in andere Energieformen zur Verfügung steht, v.a. im Vergleich zur mittleren extraterrestrischen Sonnenstrahlung von  $349 \text{ W/m}^2$  im Jahr.

## 1.2 Strahlungsmeißinstrumente

Die wichtigsten Instrumente zur Strahlungsmessung beruhen auf der Wärmewirkung der Strahlung. Man kann sie nach dem Meßprinzip oder nach der gemessenen Strahlungsgröße unterscheiden.

### *I. Nach dem Meßprinzip:*

- a) Instrumente, die die Erwärmung des Strahlungsempfängers oder eines mit ihm thermisch leitend verbundenen Körpers messen bzw. die Wärme zur Phasenumwandlung (Schmelzen, Verdampfen) verwenden.
- b) Instrumente, bei denen der im stationären Gleichgewicht auftretende Temperaturunterschied zwischen Strahlungsempfänger und einem nicht bzw. anders von der Strahlung beeinflussten Körpers gemessen wird (z.B. durch Thermoelement).
- c) Instrumente, bei denen die Wärmewirkung der Strahlung mit einer bekannten elektrischen Heizleistung verglichen wird.

### *II. Nach der Strahlungsgröße, die gemessen wird:*

1. *Pyrheliometer* messen die Strahlung der Sonne auf einer rechtwinklig zur Sonne stehenden Einfallrichtung des Meßfühlers. Multiplikation mit dem Sinus des Höhenwinkels der Sonne ergibt die Bestrahlungsstärke  $S$  auf horizontaler Fläche. Es handelt sich um ein Absolutinstrument. Pyrheliometer, für die eine Eichung notwendig ist, werden Aktinometer genannt.
2. *Pyranometer* messen die kurzwellige Strahlung der Sonne und des Himmels aus dem oberen Halbraum oder die am Erdboden reflektierte Strahlung aus dem unteren Halbraum durch konzentrische Glashauben (Durchlässigkeit 300 bis 4000 nm). Mit zwei Pyranometern kann die kurzwellige Strahlungsbilanz bestimmt werden.
3. *Infrarot-Pyranometer* messen die langwellige Strahlung aus einem Halbraum. Mit zwei Instrumenten kann die langwellige Strahlungsbilanz gemessen werden.
4. *Effektiv-Pyranometer (Pyrradiometer)* messen die kurz- und langwellige Strahlung auf horizontale Auffangflächen aus dem oberen und unteren Halbraum mit freien Empfängerflächen oder durch Polyäthylen-Hauben (Durchlässigkeit 300 bis 3000nm)
5. *Strahlungsbilanzmesser* messen die Strahlungsbilanz mit horizontalen Auffangflächen für den oberen und unteren Halbraum.
6. *Strahlungsthermometer* messen Oberflächentemperaturen durch Bestimmung der langwelligen Ausstrahlung.

### *Messung der Sonnenscheindauer*

Zu den Strahlungsmeißgeräten, deren Meßprinzip auf der Wärmewirkung der Strahlung beruht, kann man auch den *Sonnenscheinautographen nach Campbell-Stokes* zählen. Die durch eine Glaskugel einfallende Strahlung brennt eine Spur auf einen Papierstreifen.

Tab. 1: Strahlungsmessgeräte (In Klammern ist das Meßprinzip entsprechend Punkt I. angegeben)

Typ	Bezeichnung der Strahlungsmessgeräte
Pyrheliometer	Waterflowpyrheliometer nach Abbot (a) Waterstirpyrheliometer nach Abbot (a) Eispyrheliometer nach Volochine (a) Siverdiskpyrheliometer nach Abbot (mit Eichung) (a) Kompensationspyrheliometer nach Angström (c) Pyrheliometer nach Marvin (a,c) Bimetallaktinometer nach Michelson-Martens (b) Panzeraktinometer nach Linke-Feußner (b) Solarimeter nach Moll-Gorczynski (b)
Pyranometer	Bimetallaktinograph nach Robitzsch (b) Eppley - Pyrheliometer (b) Kugelpyranometer nach Bellani (a)
Infrarot-Pyranometer	Pyrgeometer nach Angström (c)
Effektiv-Pyranometer	Strahlungsbilanzmesser nach Schulze (b) Universalstrahlungsmesser nach Georgii (b) Strahlungsbilanzmesser nach Courvoisier (b,c)
Strahlungsbilanzmesser	Strahlungsbilanzmesser nach Suomi-Fransilla (b)
Strahlungsthermometer	IR-Strahlungsthermometer KT4, KT13 (b)

### 1.3 Lichtmessgeräte

Diese Geräte benutzen die photoelektrische bzw. photochemische Wirksamkeit der kurzwelligeren Strahlung. Sie enthalten meistens Photozellen oder Photoelemente.

Die photometrischen Einheiten lassen sich nur mit beschränkter Genauigkeit in energetische umwandeln, weil in der Photometrie die Wirkung der Strahlungsenergie auf das menschliche Auge gemessen wird. Von der aus einem Strahler kommenden Gesamt-Energie wird dabei nämlich nur der Teil berücksichtigt, in dem das menschliche Auge empfindlich ist.

Die Basis der lichttechnischen Größen ist die in Candela [*cd*] gemessene Lichtstärke. Der energetischen Einheit  $W/m^2$  (Strahlungsstrom) entspricht hier das *Lux* (*lx*) als die photometrische Einheit der Beleuchtungsstärke.

Der Umrechnungsfaktor  $K(\lambda)$  zwischen den beiden Einheiten ändert sich mit wellenlängenabhängigen Helligkeitsempfindlichkeit des menschlichen Auges (*s*). Das photometrische Strahlungsäquivalent  $K(\lambda)$  hat ein Maximum (*s*=100%) bei  $\lambda=555nm$ ,  $K(\lambda)_{max}=680 lx/(W/m^2)$ . Bei anderen Wellenlängen sind *s* und  $K(\lambda)$  kleiner. So ist z.B. bei :

Tab.2: Die spektrale Empfindlichkeit des menschl. Auges und der Umrechnungsfaktor  $K(\lambda)$ , siehe Text

$\lambda$	400	450	500	550	600	650	700	750	nm
<i>s</i>	0,04	3,5	32,2	99,5	63,1	10,7	0,41	0,01	%
$K(\lambda)$	0,27	23,8	220	677	429	72,8	2,79	0,08	$lxW^{-1}m^2$

Die Umrechnung der Lux-Werte in  $W/m^2$  ist ohne die Kenntnis der spektralen Verteilung des Lichtes nur sehr fehlerhaft möglich. Für die Globalstrahlung bei hochstehender Sonne an heiteren Tagen ist  $K(\lambda)=100 lxW^{-1}m^2$ .

Tab. 3: Verschiedene charakteristische Beleuchtungsstärken sind:

Sommer-Sonne	100	klx
Winter-Sonne	10	klx
Vollmondnacht	0.2	lx
mondlose Nacht	0.3	mlx
Wohnräume	40-150	lx

Unterschieden werden Photozellen, die an eine Speisespannung angeschlossen werden müssen (*äußerer Photoeffekt*; aus Alkali- oder Erdalkalimetallen mit Empfindlichkeiten von etwa  $50 \mu A/lx m^{-1}$ ) und solche, die den Meßstrom selber erzeugen (*innerer Photoeffekt*, Selenphotoelemente,  $E=400 \mu A/lx m^{-1}$  oder Siliziumzellen, Solarzellen,  $E=10^4 \mu A/lx m^{-1}$ ). Sehr große Beleuchtungsstärken schaden vielfach den Photoelementen, so daß hier Reduktionsfilter (Opalfilter 1:10, 1:100) verwendet werden müssen.

Auch die Sonnenscheindauer läßt sich photoelektrisch erfassen, wobei der Meßgeber sich am Vorhandensein eines Schattens orientiert. Zur Einstellung des Arbeitspunktes, d.h. der Grenze zwischen „Sonnenschein“ und „hell - kein Sonnenschein“ wird ein Schattenkontrast gewählt

## 2. Strahlungsverhältnisse im Göttinger Wald

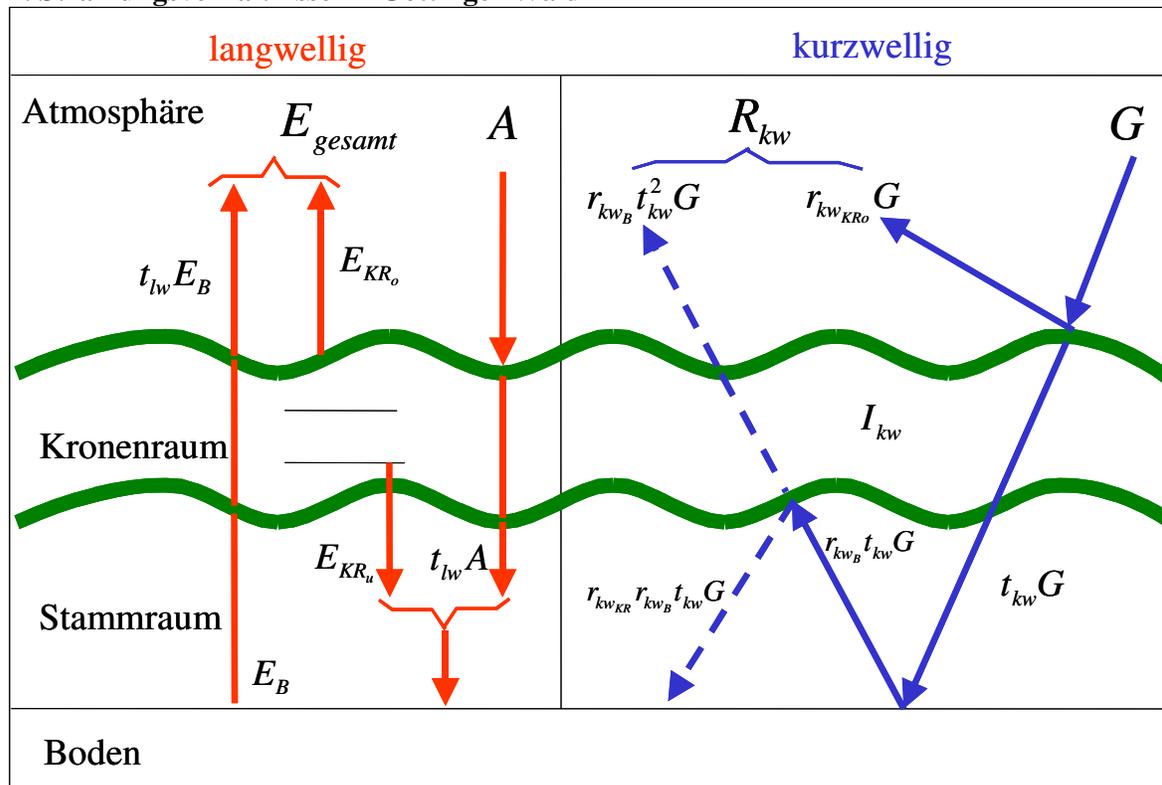


Abb.1: Strahlungsströme in einem Buchenwald

Die oberhalb des Waldes gemessene Reflexstrahlung  $R_{kw}$  stammt besonders im unbelaubten Zustand auch von der nicht überdeckten Bodenoberfläche. Die in 1 m Höhe gemessene Globalstrahlung enthält einen geringen Teil Strahlung, der am Boden nach oben und an der Kronenunterseite zum Teil gleich wieder nach unten reflektiert wird (vgl. Abb. 1).

Im folgenden bedeuten:

G	:	Globalstrahlung
H	:	diffuse Himmelsstrahlung
S	:	direkte Sonnenstrahlung (S=G-H)
R <sub>kw</sub>	:	Reflexion der Globalstrahlung
Q <sub>kw</sub>	:	kurzwellige Strahlungsbilanz
r <sub>kw<sub>KR</sub></sub>	:	einfacher Reflexionskoeffizient der Krone
r <sub>kw<sub>B</sub></sub>	:	Reflexionskoeffizient der Bodenoberfläche
r <sub>kw</sub>	:	Albedo (effektiver Reflexionskoeffizient)
t	:	einfacher Transmissionskoeffizient
A	:	atmosph. Wärmestrahlung (Gegenstrahlung)
E	:	terrestrische Wärmestrahlung (Emission)

Die Globalstrahlung G wird über dem Bestand, z. B. in 43m Höhe, gemessen.

Davon wird der Anteil  $r_{kw_{KR}} \cdot G$  unmittelbar an der Krone reflektiert.

Vom Anteil  $t_{kw} G$ , der bis zum Boden durchdringt, wird ein Teil an der Bodenoberfläche absorbiert, während der Anteil  $r_{kw_B} t_{kw} G$  reflektiert und hier mit  $R_{kw_B}$  bezeichnet wird (Strahlung in 2m Höhe). Davon wird der Anteil  $t_{kw} r_{kw_B} t_{kw} G$  auf dem Weg nach oben (Annahme: der Transmissionskoeffizient  $t_{kw}$  sei in den beiden Richtungen gleich groß) durch die Krone durchgelassen, während der Teil  $r_{kw_{KR}} r_{kw_B} t_{kw} G$  von der Krone noch einmal zur Bodenoberfläche hin reflektiert wird (Annahme: der einfache Reflexionskoeffizient der Krone  $r_{kw_{KR}}$  sei an der Ober- und an der Unterseite gleich). Die Reflexion dieses Teils am Boden ist vernachlässigbar klein.

Die Summe des an der Krone einfach reflektierten und des zweimal durchgelassenen und am Boden reflektierten Anteils ergeben die oben ankommende Reflexstrahlung  $R_{kw_{KR}}$ .

Weiter gilt:

- Vom Bestand absorbierte Globalstrahlung:

$$I_{kw} = Q_{kw_{KR}} - Q_{kw_B} = (G - R_{kw_{KR}}) - (t_{kw} \cdot G - R_{kw_B}) \quad (4.7)$$

- Albedo:  $r_{kw} = R_{kw} / G \quad (4.8)$
- Transmission der Globalstrahlung:  $TG = (t_{kw} \cdot G) \quad (4.9)$

Die Bilanzmesser erfassen die Gesamtstrahlungsbilanz

$$Q = (G+A) - (R_{kw}+E). \quad (4.10)$$

Will man die Gesamtstrahlungsbilanz aus der oberen Hemisphäre bestimmen, gilt

$$G + A = f_o U_o + \sigma T^4 \quad (4.11)$$

und aus der unteren Hemisphäre entsprechend:

$$R_{kw} + E = f_u U_o + \sigma T^4. \quad (4.12)$$

Hierbei ist  $f_o$  der Eichfaktor der oberen Empfängerfläche,  $U_o$  dessen Ausgangsspannung,  $T_{Gerät}$  die Gerätetemperatur und  $\sigma T_{Gerät}^4$  die Eigenstrahlung des Bilanzmessers.

Misst man gleichzeitig mit dem Pyranometer die Globalstrahlung G, so lassen sich A und E auch bei unterschiedlichen lang- und kurzwelligen Eichfaktoren des Bilanzmessers (für den oberen Halbraum mit  $f_{lw_o}$  bzw.  $f_{kw_o}$  für den unteren mit  $f_{lw_u}$  bzw.  $f_{kw_u}$  bezeichnet) berechnen.

$$A = f_{lw_o} U_o + \sigma T^4 - G f_{lw_o} / f_{kw_o} \quad (4.13)$$

$$E = f_{lw_u} U_u + \sigma T^4 - R_{kw} f_{lw_u} / f_{kw_u} \quad (4.14)$$

Daraus lässt sich schließlich die langwellige Strahlungsbilanz mit

$$Q_{lw} = A - E$$

berechnen.

### 3. Thermometrische Strahlungsmessung

Für eine strahlungsexponierte Oberfläche gilt folgende Energiehaushaltsgleichung:

$$\alpha_L \cdot (T_{Platte} - T_L) = \epsilon_{kw} \cdot G + \epsilon_{lw} \cdot (A - \sigma \cdot T_{Platte}^4) \quad (4.15)$$

mit

- G = von oben einfallende kurzwellige Strahlung
- A = " " " langwellige "
- (im Freien atmosphärische Gegenstrahlung)
- $\alpha_L$  = Wärmeübergangszahl
- $\epsilon_{kw}$  = kurzwellige Absorptionskonstante
- $\epsilon_{lw}$  = langwellige Emissionskonstante
- $T_{Platte}$  = Temperatur der Oberfläche in Kelvin
- $T_L$  = Lufttemperatur in Kelvin

Für schwarze, weiße und ideal reflektierende Flächen gelten folgende Werte für die oberflächenabhängigen Konstanten  $\alpha$  und  $\epsilon$ :

Tab. 4: Optische Parameter von Oberflächen

Oberfläche	ideal		real	
	$\epsilon_{kw}$	$\epsilon_{lw}$	$\epsilon_{kw}$	$\epsilon_{lw}$
schwarz	1.0	1.0	0.95	0.95
weiß	0.0	1.0	0.05	0.95
blank	0.0	0.0	0.05	0.05

Setzt man eine schwarze, eine weiße und eine glänzende Oberfläche der gleichen einfallenden Strahlung (G+A) aus und misst die sich im Gleichgewicht einstellenden Temperaturen  $T_s$ ,  $T_w$  und  $T_{bl}$ , so lassen sich aus Gleichung (1) die Wärmeübergangszahl  $\alpha_L$  und die Energieströme G und A berechnen.  $\alpha_L$  ist nahezu unabhängig von der Temperatur und wird daher für alle Oberflächen als konstant angenommen (gleiche Windexposition vorausgesetzt).

### 4. Literatur

Gertsen, Kneser, Vogel (1977): Strahlungsenergie. in: Physik. 13.Auflage. Berlin, Heidelberg, New York. Kapitel 11

### Versuchsbeschreibung

**Zubehör:** Angströmpyrheliometer, Sonnenscheinautograph, Pyranometer (kurzwellig), Strahlungsbilanzmesser, drei Aluminiumplatten (schwarz bzw. weiß lackiert und eine verspiegelt), Psychrometer, zwei Digital-Voltmeter, Neigungsmesser.

**Gang des Versuchs:**

1. Nur bei direkter Sonnenstrahlung:
  - Bestimmung der Sonnenscheindauer mit dem Campbell-Stokes Autograph (Demonstration).
  - Messung von S mit dem Pyrheliometer über dem Buchenbestand.
2. Messung der kurzwelligen und langwelligen Strahlungsströme über dem Waldbestand:
  - Mit dem Sternpyranometer wird G und  $R_{kw}$  gemessen.
  - Bei direkter Sonnenstrahlung soll zusätzlich H durch Abschirmung der direkten Sonnenstrahlung bestimmt werden.
  - Mit dem Pyrradiometer (Strahlungsbilanzmesser) werden die Gesamtstrahlungsbilanz Langwelligen Strahlungsströme E und A und deren Bilanzen aus oberem und unterem Halbraum bestimmt.

**Messungen zu 1 und 2 möglichst zeitgleich ausführen!**

3. Messung wie unter Punkt 2 in 1m Höhe wiederholen.
  - Bestimmung von G,  $R_{kw}$  sowie E und A aus oberem und unterem Halbraum.
4. Thermometrische Strahlungsmessung
  - Die Aluminiumscheiben möglichst an einer sonnigen und windgeschützten Stelle exponieren.
  - Durch mehrmaliges Ablesen der Temperaturen (alle 30 s) kontrollieren, ob ein Gleichgewichtszustand eintritt.
  - Temperatur der Platten und Lufttemperatur (mit Psychrometer gemessen) notieren.

**Auswertung und Fragen**

1. Berechne aus der Pyrheliometermessung die direkte Sonnenstrahlung S und vergleiche den Wert mit dem Ergebnis der Pyranometermessung. Benutze dazu
 
$$S = k I^2 ; \quad k = 4297 \text{ W/m}^2 \text{ A}^2 \quad I: \text{ gemessenen Stromstärke in A}$$
2. Aus der Messung mit dem Bilanzmesser sollen die langwelligen Strahlungsströme A und E sowie die Bilanzen  $Q_{lw}$  und  $Q_{kw}$  bestimmt werden. Die Eichfaktoren des Bilanzmessers für den oberen und unteren Halbraum werden dabei als gleich angenommen, also  $f_{lw_o} = f_{lw_u} = f_{lw}$  und  $f_{kw_o} = f_{kw_u} = f_{kw}$ .
3. Die gemessenen und berechneten Strahlungsströme (S, H, G,  $R_{kw_{KR}}$ , A, E) über und unter dem Bestand sowie die Strahlungsbilanzen ( $Q_g$ ,  $Q_{lw}$ ,  $Q_{kw}$ ) und die kurzwellige Interzeption stelle man in einem Diagramm ähnlich der Abb. 1 zusammen.
4. Wie groß sind Albedo  $r_{kw}$  und Transmissionskoeffizient  $t_{kw}$  des Bestandes?
5. Welche Bodentemperatur ergibt sich aus der langwelligen Ausstrahlung E und wie groß ist die im Boden absorbierte kurzwellige Strahlung?
6. Aus der thermometrischen Strahlungsmessung berechne man die Wärmeübergangszahl  $\alpha_L$  sowie die Globalstrahlung G und die Gegenstrahlung A. Für jede Platte stelle man dazu die Energiehaushaltsgleichung auf und löse das Gleichungssystem nach den gesuchten Größen auf.

Die Eichfaktoren (jeweils in  $W/m^2$  und  $mV$ ) sind

für den Bilanzmesser	$f_{kw} = 22,47$ und $f_{lw} = 22,99$
für das Sternpyranometer	$f = 68.7$