

Regionalisierung von Niederschlägen im Harz

Aus der Abteilung für Forstliche Biometrie und Informatik,
Georg-August-Universität Göttingen

(Mit 5 Abbildungen und 3 Tabellen)

Von J. SABOROWSKI und R. STOCK

(Angenommen November 1993)

SCHLAGWÖRTER - KEY WORDS

Regionalisierung; universelles kriging; Niederschläge; forstökologisches Informationssystem.

Regionalization; universal kriging; precipitation; ecological forest information system.

1. EINLEITUNG

Am Forschungszentrum Waldökosysteme der Georg-August-Universität Göttingen wird in Zusammenarbeit mit der Gesamthochschule Kassel, AG Umweltsystemanalyse und der TU München/Weihenstephan, Institut für Landschaftsökologie an der Entwicklung und Erprobung eines forstökologischen Informationssystems gearbeitet. Übergeordnetes Ziel dieses Vorhabens ist es, den Zustand von Waldökosystemen anhand von Kennwerten des Wasser- und Stoffhaushaltes flächendeckend an Beispielforststärtern darzustellen und fortzuschreiben. Als Ergebnisse werden Aussagen zum jetzigen Zustand und zur Gefährdung der Wälder erwartet. Darauf aufbauend sollen in Zusammenarbeit mit der Forstpraxis diese Ergebnisse bewertet und geeignete Maßnahmen überlegt sowie langfristige Handlungskonzepte für eine nachhaltige Waldnutzung entwickelt werden.

Zustandsgrößen des Wasser- und Stoffhaushaltes sind z. B. Bodenkennwerte wie der Nährelementvorrat im Boden oder klimatische Größen wie die Niederschlagshöhe oder die Temperatur. Diese Kennwerte werden punktuell erfaßt. Ein wichtiges Teilziel des Vorhabens ist es, Methoden zur Regionalisierung dieser Größen zu erarbeiten. Thema dieses Artikels ist die Regionalisierung des Niederschlags, genauer der mittleren Jahressummen des Niederschlags, gemittelt über 30 Jahre von 1951 bis 1980, von insgesamt 93 Meßstationen im Harz und Harzvorland (Abb. 1) mit Hilfe geostatistischer Methoden. Hierbei konnte auf wichtige Vorarbeiten von GLÄSNER (1991) und SCHMIDT-OTT (1992) zurückgegriffen werden.

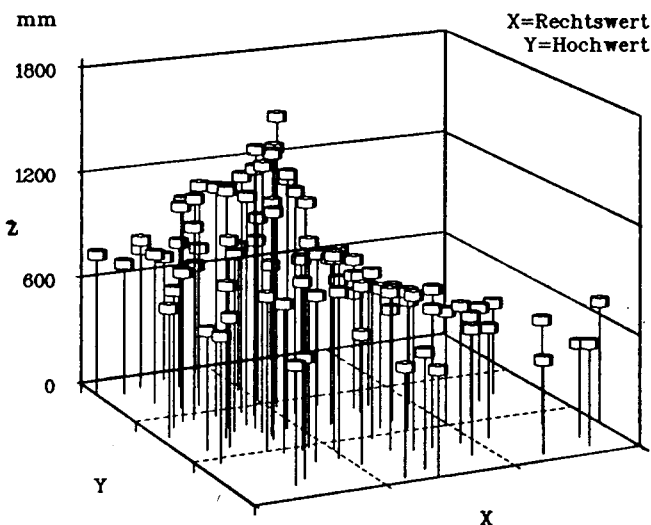


Abb. 1

Mittlerer Jahresniederschlag (Harz 1951 bis 1980)
Average annual precipitation (Harz 1951 to 1980)

Diese Niederschläge zeigen besonders von West nach Ost nach steilem Anstieg ein plötzliches Absinken und anschließend eine weitere, jedoch langsame Abnahme. Benachbarte Meßstationen weisen durchaus ähnliche Niederschlagswerte auf, eine Eigenschaft, die für die Schätzung der Niederschläge an Orten ohne Meßstation genutzt werden sollte.

2. GEOSTATISTISCHE BESCHREIBUNG VON NACHBARSCHAFTSEFFekten

Grundlage geostatistischer Methoden ist die Vorstellung, daß die Zielgröße z , hier die mittlere Niederschlagsjahressumme, als Funktion der Ortskoordinaten $z(\vec{x}) = z(x_1, x_2)$ eine Realisierung eines stochastischen Prozesses $Z(\vec{x})$ in der Ebene darstellt. Die Funktion $z(\vec{x})$ heißt dann *regionalisierte Variable* und der Prozeß $Z(\vec{x})$ wird als *schwach* oder wenigstens *intrinsisch stationär* angenommen. Intrinsische Stationarität ist gleichbedeutend mit

$$E(Z(\vec{x} + \vec{h}) - Z(\vec{x})) = 0$$

$$Var(Z(\vec{x} + \vec{h}) - Z(\vec{x})) = E(Z(\vec{x} + \vec{h}) - Z(\vec{x}))^2 = 2 \cdot \gamma(\vec{h})$$

Der Erwartungswert von Z ist also in der gesamten Ebene konstant

$$EZ(\vec{x}) = m$$

und die Varianz der Differenz von Z an 2 Orten oder Punkten $\vec{x} + \vec{h}$ und \vec{x} hängt nur vom Abstandsvektor \vec{h} ab. $\gamma(\vec{h})$ ist das sogenannte *Semivariogramm*. Hängt es darüberhinaus nur vom Betrag $|\vec{h}| = h$ der Differenz der beiden Ortsvektoren ab, so wird es als *isotrop*, d. h. richtungsunabhängig bezeichnet. Jeder schwach stationäre Prozeß ist auch intrinsisch stationär.

Für schwach stationäre Prozesse existiert neben dem Semivariogramm $\gamma(\vec{h})$ auch die Kovarianzfunktion

$$C(\vec{h}) = Cov(Z(\vec{x} + \vec{h}), Z(\vec{x})) = E(Z(\vec{x} + \vec{h}) - m)(Z(\vec{x}) - m)$$

die in engem Zusammenhang mit $\gamma(\vec{h})$ steht. Es gilt

$$C(\vec{h}) = C(\vec{0}) - \gamma(\vec{h}) \quad (1)$$

Das Semivariogramm beschreibt die Ähnlichkeit der z -Werte 2er Punkte \vec{x} und \vec{y} in Abhängigkeit von ihrem Abstandsvektor $\vec{x} - \vec{y}$ und stellt die zentrale Eingangsgröße für die Schätzung von z an einem Punkt \vec{x}_0 durch das später im Kapitel 3 dieser Arbeit beschriebene *kriging* (nach D. G. KRIGE) dar. Es ist daher erforderlich, den Verlauf der Funktion $\gamma(\vec{h})$ zu modellieren. Dazu müßten für eine Reihe von Abstandsvektoren \vec{h} die zugehörigen Funktionswerte $\gamma(\vec{h})$ geschätzt werden. Zur Schätzung eines solchen Funktionswertes $\gamma(\vec{h})$ müssen in Strengem unter den n vorhandenen Meßstationen ausreichend viele Paare gefunden werden (eine Faustregel (JOURNAL und HUIJBREGTS (1978)) geht von mindestens 30 Paaren aus), die alle den Abstandsvektor \vec{h} besitzen. Derart umfangreiche Datensätze liegen aber in der Praxis gewöhnlich nicht vor. Als erste Einschränkung des allgemeinen Ansatzes wird deshalb häufig Isotropie unterstellt. Sind auch dann noch nicht genügend viele Punktpaare (\vec{x}_i, \vec{x}_j) mit $|\vec{x}_i - \vec{x}_j| = |\vec{h}| = h$ vorhanden, so können Abstandsklassen gebildet werden, die die Schätzung von $\gamma(\vec{h})$ gemäß

$$\hat{\gamma}(\vec{h}) = \frac{1}{2n(\vec{h})} \sum (z(\vec{x}_i) - z(\vec{x}_j))^2$$

ermöglichen. \bar{h} bedeutet hier den mittleren Abstand aller Paare einer Abstandsklasse, und es wird über die $n(\bar{h})$ Paare (\vec{x}_i, \vec{x}_j) dieser Abstandsklasse summiert. Entsprechend können auch Werte der Kovarianzfunktion durch

$$\hat{C}(\bar{h}) = \frac{1}{n(\bar{h})} \sum (z(\vec{x}_i) - \bar{z}_{(n)})(z(\vec{x}_j) - \bar{z}_{(n)})$$

$$\bar{z}_{(n)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z(\vec{x}_i)$$

geschätzt werden. Gleichung (1) gilt für die so geschätzten Größen nicht mehr. Liegen für ausreichend viele Entfernungsklassen Schätzungen vor, so kann schließlich eine geeignete Variogramm- oder Kovarianzfunktion (Kovariogramm) angepaßt werden. Der Bereich, in dem solche Anpassungen vorgenommen werden, soll nach einer Empfehlung von JOURNAL und HUIJBREGTS (1978) etwa der Hälfte der Ausdehnung des Gebietes entsprechen, aus dem Meßdaten vorliegen.

Zu beachten ist, daß nicht beliebige Funktionen gewählt werden können. Geeignete Funktionen mit den notwendigen Eigenschaften werden in der Literatur angeboten. Die Erfahrung zeigt, daß in der Regel eine Anpassung nach Augenmaß allen Ansprüchen genügt. Eine numerische Anpassung, etwa nach einer gewichteten Kleinste-Quadrate-Methode, ist zeitlich aufwendig, da es sich zumeist um nichtlineare Funktionen in den zu schätzenden Parametern handelt.

Das Semivariogramm hat im 0-Punkt ($h = 0$) definitionsgemäß den Wert 0. Danach steigt es oft zunächst sprunghaft auf einen Wert, den man als nugget-Effekt bezeichnet und wächst schließlich stetig mit größer werdenden Abständen h um einen weiteren Betrag (*sill*) an. Von einer Stelle an, die man als *range* bezeichnet, läuft es dann konstant oder annähernd konstant weiter. Die Konstante *nugget* + *sill* stellt die Prozeßvarianz dar, der *range* die Reichweite des räumlichen Zusammenhanges oder Nachbarschaftseffektes. Die Ursachen des nugget-Effektes sind meist nicht eindeutig zu interpretieren. Zu ihnen können Meßfehler genauso gehören wie fehlende Wertepaare für die Variogrammschätzung im Bereich sehr kurzer Abstände mit der Folge einer unzutreffenden Modellierung des Semivariogramms in diesem Bereich.

So untersuchten KÖHL und GERTNER (1992) Semivariogramme von Nadel- und Blattverlusten aus Waldschadeninventuren. Wegen der geringen Reichweite der Nachbarschaftseffekte (*range* = 8 km) und einer Grundmaschenweite des Inventurnetzes von 4 km war die Modellierung gerade in diesem Nahbereich nicht befriedigend.

Neben diesem häufig zu beobachtenden Verlauf sind aber auch andere denkbar. *range*, *nugget* und *sill* sind jedoch diejenigen Parameter, die die meisten Variogrammmodelle determinieren (Abb. 4). In dieser Untersuchung wird in der Regel mit dem sogenannten sphärischen Variogrammmodell

$$\gamma(h) = \begin{cases} \text{nugget} + \text{sill} \cdot \left[\frac{3}{2} \frac{h}{\text{range}} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\text{range}} \right)^3 \right] & 0 \leq h \leq \text{range} \\ \text{nugget} + \text{sill} & h > \text{range} \\ 0 & h = 0 \end{cases}$$

$$: 0 \leq h \leq \text{range}$$

$$: h > \text{range}$$

$$: h = 0$$

gearbeitet.

3. PUNKTSCHÄTZUNG IM GEOSTATISTISCHEN MODELL

Kriging (präziser: *gewöhnliches kriging*) steht für ein Verfahren, das auf der Basis beobachteter Daten

$$z(\vec{x}_1), \dots, z(\vec{x}_n)$$

der Zielgröße an den Punkten $\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n$ eine Schätzung $\hat{z}(\vec{x}_0)$ für einen Punkt \vec{x}_0 liefert, für den keine Messung vorliegt. Diese Schätzung ist eine Linearkombination der $z(\vec{x}_i)$

$$\hat{z}(\vec{x}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(\vec{x}_i) \quad (2)$$

wobei die Gewichte λ_i so gewählt werden, daß der Vorhersagefehler

$$\sigma_K^2 = E(Z(\vec{x}_0) - \hat{Z}(\vec{x}_0))^2$$

unter der Nebenbedingung $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ minimiert wird. In diesem Sinne liefert kriging eine beste lineare erwartungstreue Schätzung. Die λ_i ergeben sich als Lösung eines linearen Gleichungssystems, das lediglich durch das modellierte Semivariogramm $\gamma(h)$, genauer durch die Werte

$$\gamma(\vec{x}_i - \vec{x}_j) \quad \text{und} \quad \gamma(\vec{x}_i - \vec{x}_0) \quad i, j = 1, \dots, n$$

determiniert wird.

In der Praxis wird es bei vielen Datensätzen sinnvoll erscheinen, zunächst eine Trendbereinigung durchzuführen, d. h. von den Meßwerten $z(\vec{x}_i)$ eine Trend- oder Mittelwertfunktion $m(\vec{x})$ abzuziehen, um den Restprozeß $W(\vec{x}) = Z(\vec{x}) - m(\vec{x})$ als schwach oder intrinsisch stationär ansehen zu können. Die Schätzung von $z(\vec{x}_0)$ erfolgt dann gemäß

$$\hat{z}(\vec{x}_0) = \hat{m}(\vec{x}_0) + \sum_{i=1}^n \lambda_i w(\vec{x}_i) = \hat{m}(\vec{x}_0) + \hat{w}(\vec{x}_0)$$

und man spricht in diesem Zusammenhang von *universellem kriging*, das gewöhnliches kriging des Restprozesses $W(\vec{x})$ mit der Schätzung einer Trendfunktion $m(\vec{x})$ kombiniert. Die nicht eindeutige Zerlegung eines räumlichen stochastischen Prozesses in Trendfunktion plus Restprozeß (CRESSIE, 1991: "One person's deterministic mean structure may be another person's correlated error structure.") bringt allerdings methodische Probleme mit sich, die sich für die Praxis am wesentlichsten darin auswirken, daß die Schätzung des Vorhersagefehlers σ_K^2 mit einem erheblichen systematischen Fehler behaftet sein kann. Der systematische Fehler der Variogrammschätzung wird aber für kleine Distanzen gewöhnlich gering sein, und nur diese sind für kriging von Bedeutung. Es genügt nämlich meist, in $\hat{z}(\vec{x}_0)$ statt sämtlicher n Meßpunkte nur einige Nachbarpunkte zu berücksichtigen. Der Einfluß entfernterer Punkte wird erfahrungsgemäß schnell vernachlässigbar klein.

Die Äquivalenz des von CRESSIE (1991) beschriebenen universellen kriging mit dem hier dargestellten kriging des Restprozesses wird von RIPLEY (1981) gezeigt.

Eine Alternative könnte die Theorie intrinsisch stationärer Prozesse höherer Ordnung (CRESSIE, 1991; NEUTZE, 1993) sein, die in dieser Untersuchung noch keine Berücksichtigung gefunden hat.

Zwischen kriging und einer Spline-Interpolation der Meßwerte $z(\vec{x}_i)$ besteht insofern ein Zusammenhang als die Spline-Interpolation unter bestimmten Voraussetzungen als kriging mit einem speziellen

Semivariogrammodell angesehen werden kann, das aber in der Regel nicht mit dem Modell des untersuchten Prozesses $Z(\vec{x})$ übereinstimmt (WATSON, 1984). Deshalb besitzt die Spline-Interpolation nicht die oben erwähnte Optimalitätseigenschaft des kriging.

FRANKE und GRÜNDER (1992) schlagen universelles kriging zur Interpolation von Schadstoffimmissionen in Waldgebieten in Rheinland-Pfalz vor und erweitern dieses Verfahren durch die Modellierung einer zeitabhängigen Trendfunktion.

4. GEOSTATISTISCHE ANALYSE DER NIEDERSCHLAGSDATEN

Wer das Harzrelief kennt, kann bereits in Abbildung 1 den bekannten Zusammenhang zwischen Niederschlägen und der Höhe über NN erkennen. Er wird aber noch deutlicher in Abbildung 2, in der die Jahresniederschlagssummen aller 93 Stationen über ihrer Meereshöhe dargestellt sind. Eine Aufteilung des durch die Stationen erfaßten Gebietes nach geographischen Gesichtspunkten (Hauptwindrichtungen, Relief) in einen Luv- und einen Leebereich zeigt darüberhinaus, daß sich diese Teilgebiete hinsichtlich des genannten Zusammenhangs deutlich unterscheiden und eine getrennte Behandlung nahelegen. Sie teilen den gesamten Harz in einen westlichen (Luv) und einen östlichen (Lee) Teil auf.

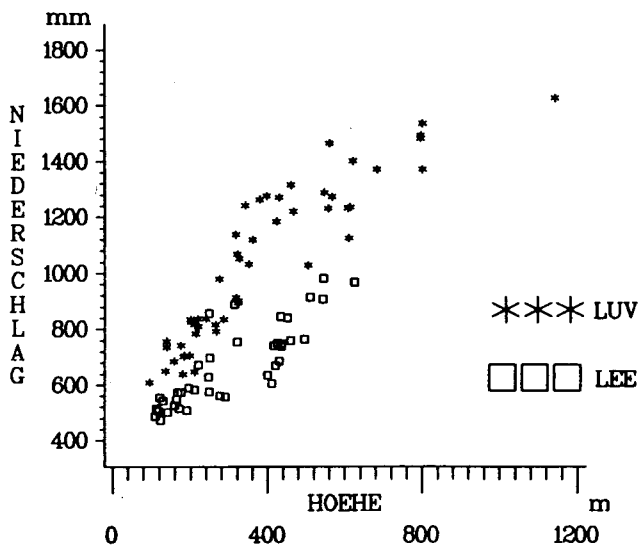


Abb. 2
Höhenabhängigkeit des Niederschlags
Dependence of precipitation on altitude

In beiden Bereichen bietet sich zur Trendbereinigung die Modellierung einer Mittelwertfunktion

$$m(\vec{x}) = f(H(\vec{x}))$$

($H(\vec{x})$: Geländehöhe über NN am Ort \vec{x})

und als Schätzverfahren universelles kriging an. Es stellt sich jedoch auch die Frage, ob vergleichbare Ergebnisse nicht auch durch das einfachere gewöhnliche kriging erzielt werden können, also allein durch die Ausnutzung der Nachbarschaftseffekte in den Niederschlägen.

Für die Schätzung des Semivariogramms $\gamma_w(b)$ des Restprozesses W werden die Residuen $w(\vec{x}_i) = z(\vec{x}_i) - f(H(\vec{x}_i))$ benötigt, so daß zunächst die Parameter der Funktion $f(H)$ angepaßt werden müssen. Hierbei ist bereits die Kovarianz der Residuen zu berücksichtigen, denen in diesem Kontext eine wechselseitige räumliche Abhängigkeit unterstellt wird. Die Kovarianzfunktion ist aber ebenso wie das Semivariogramm noch nicht bekannt, da sich die Residuen erst aus der Anpassung von $f(H)$ ergeben. Dieser circulus vitiosus soll

durch ein Iterationsverfahren (RIPLEY, 1981; CRESSIE, 1991) verlassen werden, das im ersten Schritt eine gewöhnliche Kleinste-Quadrate-Schätzung (gklQ) von $f(H)$ unter der Annahme unabhängiger Residuen erfordert. Daraus ergibt sich eine 1. Schätzung der Kovarianzfunktion $C(b)$ und somit die Kovarianzmatrix $C(\vec{x}_i, \vec{x}_j)$ der Residuen für eine erneute, diesmal verallgemeinerte Kleinste-Quadrate-Schätzung (vklQ), die schließlich schrittweise solange wiederholt wird, bis $f(H)$ und die Kovarianzfunktion stabil bleiben.

Die Beziehung zwischen Niederschlag und Meereshöhe wird im Luv- bzw. Leebereich durch die 2parametrischen Modelle

$$f(H) = a + b \cdot \ln(H) \text{ bzw. } f(H) = a + b \cdot H$$

beschrieben (Abb. 3 und 5).

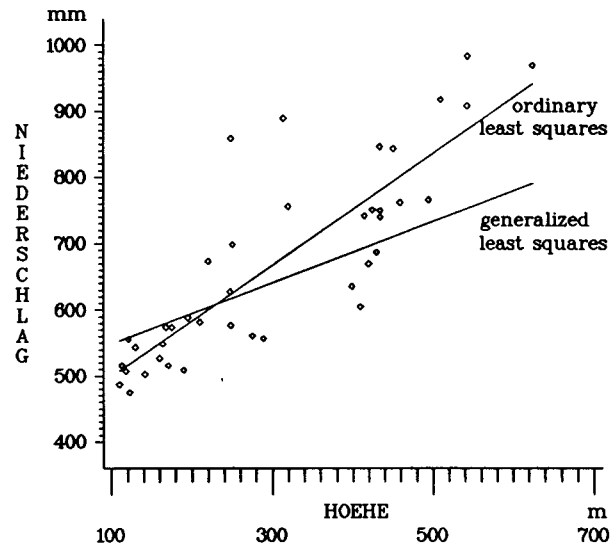


Abb. 3
Anpassung der Trendfunktion $E(Z) = a + b \cdot H$, Leelagen
Trendsurface estimation $E(Z) = a + b \cdot H$, lee-side

Die Überprüfung der geostatistischen Modelle erfolgt durch die sogenannte Kreuzvalidierung. Für jede Meßstation \vec{x}_i liefert das angepaßte Semivariogrammodell durch kriging auf der Basis der übrigen Stationen \vec{x}_j ($j \neq i$) eine Schätzung $\hat{z}(\vec{x}_i)$, die mit dem bekannten wahren Wert $z(\vec{x}_i)$ verglichen wird. Mittlere und mittlere quadratische Abweichung

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{z}(\vec{x}_i) - z(\vec{x}_i)) \quad \text{und}$$

$$s_{Val}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{z}(\vec{x}_i) - z(\vec{x}_i))^2$$

verwenden wir als Qualitätskriterien.

Sowohl im Luv- wie auch im Leebereich wurde wegen des begrenzten Datenmaterials Isotropie unterstellt, und in allen Fällen erwiesen sich sphärische Modellansätze für Semivariogramme und Kovarianzfunktionen als geeignet. Bei den Punktschätzungen für die Residuen $w(\vec{x}_i)$ als Linearkombination der übrigen $w(\vec{x}_j)$ gemäß (2) wurden statt aller $n - 1$ übrigen Stationen nur die 12 nächsten Nachbarstationen benutzt, die nicht weiter als ein vorgegebener Suchradius von \vec{x}_i entfernt sein durften. Dieser Suchradius ist in den Ergebnistabellen unter Radius angegeben. Alle Kreuzvalidierungen

sowie gewöhnliches kriging wurden mit dem Programmpaket GEO-EAS 1.2.1¹⁾ durchgeführt, universelles kriging mit persönlichen FORTRAN-Programmen.

a) Leelagen

Das oben beschriebene Iterationsverfahren soll nun zuerst im Leebereich mit seinen 40 Stationen durchgeführt werden. Zusätzlich wird nach jeder Schätzung der Trendfunktion mit Hilfe der aktuellen Residuen ein sphärisches Variogrammodell entwickelt, auf dessen Basis eine Kreuzvalidierung durchgeführt werden kann. Tabelle 1 zeigt, daß bereits mit der 2. vklQ-Schätzung ein stabiles Ergebnis erreicht ist. Die Werte von \bar{d} zeigen, daß praktisch keine systematischen Unter- oder Überschätzungen der wahren Niederschläge auftreten. Die mittleren quadratischen Abweichungen sind bereits nach der 1. vklQ-Schätzung mit $s_{Val} = 43,1 \text{ mm}$ deutlich kleiner als die Reststreuung $s_R = 79 \text{ mm}$ der gklQ-Schätzung. In der Praxis hätte bereits die 1. vklQ-Schätzung der Trendfunktion zu einem ausreichenden Variogrammodell geführt.

Die Trendfunktion der 2. vklQ-Schätzung und ihre Verlagerung gegenüber der gklQ-Schätzung ist in Abbildung 3 dargestellt. Abbildung 4 zeigt beispielhaft das Semivariogramm der Residuen der zweiten vklQ-Schätzung mit $nugget = 0$, $sill = 8700$ und $range = 33 \text{ km}$. Der verschwindende nugget-Effekt impliziert eine stetige regionalisierte Variable $\hat{z}(\vec{x})$, die die Meßergebnisse $z(\vec{x}_i)$ der einzel-

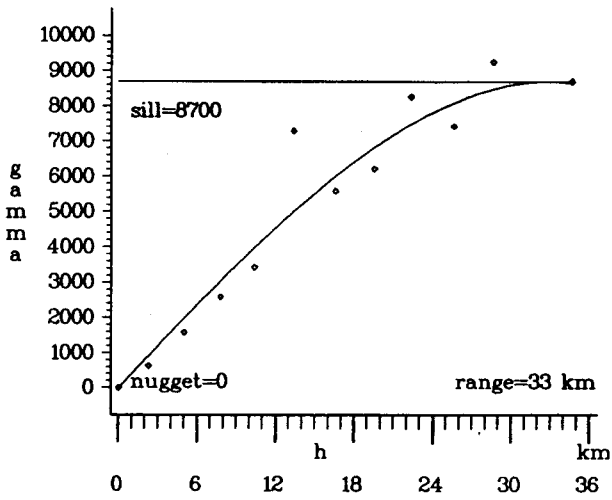


Abb. 4
Semivariogramm, Leelagen (2.vklQ)
Estimation of the semivariogram, lee-side (2nd GLS)

¹⁾ Environmental Monitoring Systems Laboratory, Office of Research and Development, U.S. Environmental Protection Agency, Las Vegas, Nevada 89119, USA

nen Stationen interpoliert (RIPLEY, 1981, S.50). Im Unterschied zu den Luvlagen beobachten wir eine deutlich größere Reichweite des Nachbarschaftseffektes (*range*) und eine relativ geringe Prozeßvarianz (*nugget + sill*).

b) Luvlagen

Für die Luvlagen (53 Stationen) konnte erst mit der 6. vklQ-Schätzung Konvergenz erzielt werden (Tab. 2 und Abb. 5). Auch hier verschwindet der nugget-Effekt. Bei einem *range* von $21,5 \text{ km}$ wird eine hohe Prozeßvarianz von 19500 mm^2 erreicht, für die die wesentlich heterogenere Niederschlagsverteilung in den Luvlagen verantwortlich ist. Die Ergebnisse der in jedem Iterationsschritt durchgeführten Kreuzvalidierungen verbessern sich nur langsam und insgesamt deutlich geringfügiger als im Fall der Leelagen, letztlich auf einen Standardfehler von $s_{Val} = 85 \text{ mm}$ Niederschlag gegenüber $s_R = 100 \text{ mm}$. Ein wesentlicher systematischer Fehler liegt nicht vor.

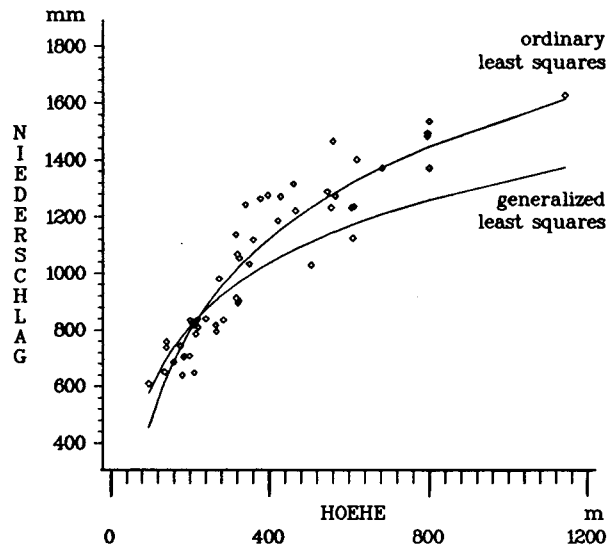


Abb. 5
Anpassung der Trendfunktion $E(Z) = a + b \cdot \ln(H)$, Luvlagen
Trendsurface estimation $E(Z) = a + b \cdot \ln(H)$, luff

c) Gewöhnliches kriging

Die Ergebnisse des gewöhnlichen kriging sind in Tabelle 3 zu finden. Im Luvbereich wurde hier ein lineares Semivariogramm verwendet, während im Leebereich wie in allen bisherigen Fällen ein sphärisches Modell angebracht erschien. Die erreichten Werte des Standardschätzfehlers $s_{Val} = 103 \text{ mm}$ und $s_{Val} = 78 \text{ mm}$ unterscheiden sich praktisch nicht von den Standardabweichungen der Residuen aus den gklQ-Schätzungen ($s_R = 100 \text{ mm}$ bzw. $s_R = 79 \text{ mm}$).

Tab. 1
Iterationen: Harz Lee-Lagen (lee-side)
(n = 40 Meßstationen (precipitation samplers))

Iteration	Trendfunktion			Semivariogramm			Kreuzvalidierung		
	Konstante (intercept)	Steigung (slope)	s_R (mm)	nugget	sill	range	Radius	\bar{d} (mm)	s_{Val} (mm)
gklQ	415,4	0,84	79	1000	4500	17,0	25,0	-1,6	58
1. vklQ	492,4	0,51	96	0	8000	33,0	25,0	0,0	43
2. vklQ	502,7	0,46	101	0	8700	33,0	25,0	0,0	43
3. vklQ	502,8	0,46	101	-	-	-	-	-	-

Tab. 2
Iterationen: Harz Luv-Lagen (luff)
(n = 53 Meßstationen (precipitation samplers))

Iteration	Trendfunktion			Semivariogramm			Kreuzvalidierung		
	Konstante (intercept)	Steigung (slope)	s_R (mm)	nugget	sill	range	Radius	\bar{d} (mm)	s_{Val} (mm)
gklQ	-1684,7	468,6	100	4000	7000	16,0	12,0	0,8	99
1. vklQ	-1415,3	418,6	106	3000	8500	15,0	12,0	1,3	92
2. vklQ	-1230,3	384,6	115	2000	11500	18,0	15,0	0,0	88
3. vklQ	-1061,7	353,6	127	500	16000	20,0	17,0	-0,1	87
4. vklQ	-1014,7	344,6	132	500	16700	20,0	17,0	-0,0	86
5. vklQ	- 935,2	330,1	138	0	19000	21,0	17,0	-0,2	86
6. vklQ	- 895,7	322,5	142	0	19500	21,5	17,0	-0,0	85
7. vklQ	- 896,0	322,6	142	-	-	-	-	-	-

Tab. 3
Gewöhnliches (ordinary) kriging

			Semivariogramm			Kreuzvalidierung		
	Mittelwert (mean)	s (mm) (std. dev.)	nugget	sill	range	Radius	\bar{d} (mm)	s_{Val} (mm)
Luv (luff)	1032	277	0	115000	27,0	25,0	- 1,0	103
Lee (lee-side)	670	145	0	26000	36,0	26,0	-12,4	78

5. DISKUSSION

Geostatistische Methoden bieten sich immer dann zur Regionalisierung von Variablen an, wenn mit hinreichend ausgeprägten Nachbarschaftseffekten zu rechnen ist, die durch empirische Variogramme oder Kovarianzfunktionen beschrieben werden können. Voraussetzung dafür ist, daß nicht zu wenige Punktmessungen vorliegen. Faustregeln wurden in Kapitel 2 dieser Arbeit angegeben. Wenn zeitliche Invarianz der Nachbarschaftseffekte unterstellt werden kann, läßt sich die Variogrammschätzung auch durch die Verwendung von Meßwiederholungen verbessern.

Eine Beschränkung auf gewöhnliches kriging ist nur dann sinnvoll, wenn die Variabilität der Zielvariablen durch keine anderen Hilfsvariablen verringert werden kann. Alle Möglichkeiten zur Trendreduktion müssen ausgeschöpft werden.

Gegenüber anderen, rein numerischen räumlichen Interpolationsverfahren, hat kriging den Vorzug, durch die Schätzung des Semivariogrammes die tatsächlichen Nachbarschaftseffekte im aktuellen Datensatz zu berücksichtigen. Darüberhinaus ist die Schätzung von Vorhersagefehlern möglich, die allerdings im Fall des universellen kriging nicht als zuverlässig angesehen werden kann. Ob kriging im Einzelfall die optimale Wahl darstellt, ist schwierig zu beurteilen. Abgesehen davon wäre in der Praxis auch ein Verfahren geringerer Vorhersagegenauigkeit zulässig, wenn der Genauigkeitsverlust für unerheblich gehalten und durch geringeren Rechenaufwand ausgeglichen werden kann.

Ein Vergleich mit konkurrierenden Verfahren wurde hier nicht durchgeführt.

6. ZUSAMMENFASSUNG

Universelles kriging mit einfachen höhenabhängigen Trendfunktionen hat sich für die Regionalisierung von mittleren Jahresniederschlägen im Harz als geeignetes Instrument erwiesen. Die dabei mögliche Ausnutzung der vorhandenen Nachbarschaftseffekte in den Residuen führt zu einer Verbesserung gegenüber der einfachen

Regressionschätzung mit der gewöhnlichen Kleinste-Quadrate-Methode, die besonders im Leebereich als erheblich bezeichnet werden kann.

Sowohl im Luv- als auch im Leebereich des Harz zeigte sich universelles kriging, gemessen an den Ergebnissen von Kreuzvalidierungen, gewöhnlichem kriging deutlich überlegen. Die Konvergenz des Iterationsverfahrens zur Semivariogrammschätzung erfolgte schon nach wenigen Schritten.

7. Summary

Title of paper: *Regionalization of precipitation data in the Harz mountains.*

Universal kriging with simple altitude-dependent trend functions proved to be a suitable technique for regionalization of average annual precipitation in the Harz mountains. The inherent usage of the present spatial autocorrelation of residuals improves the simple estimation by ordinary least squares regression. This improvement turns out to be remarkable on the lee-side.

The superiority of universal to ordinary kriging, measured by means of crossvalidations is evident on the luff as well as on the lee-side. The iteration procedure for the estimation of semivariograms exhibited quick convergence after only few steps.

8. Résumé

Titre de l'article: *Régionalisation des données sur les précipitations dans le Harz.*

Le «kriging universel» avec des fonctions de corrélations simples liées à l'altitude s'est avéré le meilleur instrument en vue de la régionalisation des précipitations annuelles dans le Harz. La possibilité de prendre ainsi en compte les effets de voisinage existants dans les écarts résiduels conduit à une amélioration par rapport aux évaluations par simples régressions avec la méthode de l'écart quadratique minimal, méthode qui peut s'avérer en particulier valable pour les zones à l'abri du vent.

Aussi bien dans les zones au vent que dans les zones à l'abri du vent le «kriging universel», évalué d'après les validations en croix, se révèle supérieur au kriging habituel d'une manière nette. La convergence de la méthode itérative et de l'estimation par semivariogrammes se manifeste déjà après quelques pas.

J. M.

9. Literatur

CRESSIE, N. A. C.: Statistics for Spatial Data. Wiley, New York, 1991

FRANKE, J. und GRÜNDER, B.: Stochastic Modelling for Analyzing Immission Data in Forests. AG Biometrie in der Ökologie der Deutschen Region der Internationalen Biometrischen Gesellschaft, Heft 3, 38–47, 1992

GLÄSSER, R.: Das Klima des Harzes. Dissertation, Geograph. Institut, Göttingen, 1991

JOURNEL, A. G. und HUIJBREGTS, C. J.: Mining Geostatistics. Academic Press, London, 1978

KÖHL, M. und GERTNER, G.: Geostatistische Auswertungsmöglichkeiten für Waldschadeninventuren: Methodische Überlegungen zur Beschreibung räumlicher Verteilungen. Forstwissenschaftliches Centralblatt 111, 320–331, 1992

NEUTZE, A.: Beste Prognose mit verallgemeinerter Kovarianzfunktion. AG Biometrie in der Ökologie der Deutschen Region der Internationalen Biometrischen Gesellschaft, Heft 4, 65–74, 1993

RIPLEY, B. D.: Spatial Statistics. Wiley, New York, 1981

SCHMIDT-OTT, N.: Die Niederschlagsverteilung im Harz in Abhängigkeit von der Höhenlage und vom Luv-/Lee-Effekt – eine Untersuchung mit Hilfe des GIS Arc/Info. Diplomarbeit, Geographisches Institut, Göttingen, 1992

WATSON, G. S.: Smoothing and Interpolation by Kriging and with Splines. Mathematical Geology 16, 601–615, 1984