

MÖGLICHKEITEN ZUR STRATIFIZIERUNG BEI WALDINVENTUREN

Joachim Saborowski und Stefan Dahm

Abteilung für Forstliche Biometrie und Informatik
Universität Göttingen
Büsgenweg 4, D-37077 Göttingen

Summary

It is shown that the sampling error of the mean basal area per ha can be reduced remarkably, if the actual sampling procedure is replaced by two phase sampling for stratification. Suitable variables are proposed for the definition of strata as well as an optimal allocation of sampling units. Finally, the robustness of this allocation is tested empirically and the dependence of sampling errors on the phase 1 sample size discussed.

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, daß sich der Stichprobenfehler für die mittlere Grundfläche je ha der oberen Durchmesserklassen der Hauptbaumarten deutlich reduzieren läßt, wenn anstatt der bisherigen Kontrollstichprobe eine zweiphasige Stichprobe zur Stratifizierung erhoben wird. Für diese werden geeignete Stratifizierungsmerkmale sowie eine optimale Stichprobenallokation vorgeschlagen. Die Robustheit der Stichprobenallokation wird überprüft, ebenso wie die Abhängigkeit des Stichprobenfehlers vom Stichprobenumfang der ersten Phase.

1. Einleitung

In dieser Arbeit wird über Ergebnisse berichtet, die im Auftrag und mit Förderung des Niedersächsischen Forstplanungsamtes im Rahmen einer umfassenderen Studie zur Niedersächsischen Kontrollstichprobe erarbeitet wurden. Gegenstand der Untersuchung sind Daten aus Kontrollstichproben in fünf niedersächsischen Forstämtern (Bramwald, Erdmannshausen, Reinhausen, Sprakensehl und Stauffenburg). Der Titel müßte deshalb strenggenommen auf Betriebsinventuren eingeschränkt werden.

Unter Stratifizierung versteht man allgemein die

- Einteilung des Inventurgebietes in durch Hilfsvariablen definierte Teilgebiete und die
- Auswahl einer vorgegebenen Anzahl von Stichprobeneinheiten aus jedem der Teilgebiete (Straten)

mit dem Ziel der Verringerung des Stichprobenfehlers. Dafür ist es wichtig, geeignete Hilfsvariablen zu finden und den Gesamtstichprobenumfang optimal auf die Straten zu verteilen (Allokation). Die Straten sollen so festgelegt werden, daß die Varianzen der Zielgrößen innerhalb der Straten möglichst klein und die Variabilität der Stratenmittel möglichst groß wird. Präzisere Formulierungen finden sich in den einschlägigen Lehrbüchern. Eine optimale Stichprobenallokation läßt sich sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung von Kosten ermitteln. Nur im Falle gleicher Varianzen in allen Straten und wenn keine unterschiedlichen Aufnahmekosten zu veranschlagen sind, ist die sogenannte proportionale Allokation optimal. Mit

proportionaler Allokation ist gemeint, daß der Anteil der Stichprobeneinheiten, der in einem Stratum erhoben wird, dem Anteil des Stratums an der gesamten Population entspricht. Letzterer ist häufig durch den Flächenanteil des Stratums am Inventurgebiet gegeben.

Als Hilfsvariable könnte etwa die Altersklasse eines Bestandes gewählt werden. Tabelle 1 zeigt dazu Mittelwerte und Standardabweichungen der Grundfläche je ha Waldfläche von Buchen mit mehr als 50 cm Bhd in neun Altersklassen als Straten (FOA Stauffenburg). Die erhebliche Variabilität der Standardabweichungen innerhalb der Straten sowie der Stratenmittelwerte läßt schon den Schluß zu, daß sich für diese Zielpopulation eine Stratifizierung lohnen wird, wobei eine proportionale Allokation der Stichprobeneinheiten nicht optimal sein kann.

Tabelle 1: Buche mit Bhd > 50cm, Altersklassenstratifizierung

Altersklasse	Mittelwert	Standardabw.	Anzahl
1-20	4.23	9.8	20
21-40	0.69	2.6	110
41-60	0.59	2.3	95
61-80	0.55	2.0	95
81-100	2.60	4.5	74
101-120	6.48	7.1	62
121-140	12.04	9.3	67
141-160	14.48	9.4	44
über 160	13.09	8.6	97

Für die Durchführung einer stratifizierten Stichprobe in der Praxis wäre es notwendig, die Flächenanteile W_h aller Straten h zu kennen und natürlich auch ihre exakte räumliche Lage (die Mittelwertschätzung erfolgt dann bekanntlich als gewichtete Summe der Stratenmittel $\bar{Y} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h$). Dies ist im allgemeinen jedoch nicht der Fall.

Die verbreitete systematische Stichprobe, als Alternative, ist in gewissem Sinn eine grobe Approximation einer stratifizierten Stichprobe, indem sie eine annähernd flächenproportionale Aufnahme zumindest von solchen Straten bewirkt, die großflächig zusammenhängen, wie z.B. die sogenannten Befundeinheiten im Rahmen eines Forstbetriebes. Die Stichprobenumfänge innerhalb der Straten können je nach der Form der räumlichen Verteilung der Straten mehr oder weniger stark schwanken, was einer der Grundvoraussetzungen der stratifizierten Stichprobe widerspricht. Deshalb scheut man sich im allgemeinen mit Recht, sie im Nachhinein wie eine stratifizierte Stichprobe auszuwerten und behandelt sie als einfache Zufallsstichprobe, was sicherlich auch vielfach zutreffend ist. Aber selbst in Fällen, in denen die systematische Stichprobe zu einem geringeren Stichprobenfehler führt als die einfache Zufallsstichprobe, was im übrigen wegen fehlender erwartungstreuer Varianzschätzer gar nicht feststellbar ist, besitzt sie den entscheidenden Nachteil, daß keine optimale Allokation der Stichprobeneinheiten angestrebt werden kann (siehe dazu auch SABOROWSKI 1992).

Wir wendeten uns aus diesen Gründen den sogenannten *zweiphasigen Stichproben zur Stratifizierung* zu.

2. Zweiphasige Stichproben zur Stratifizierung

Die nicht flächendeckend vorhandenen Hilfsvariablen werden in der ersten Phase ersatzweise an den Punkten einer sehr großen Stichprobe (vom Umfang n') erhoben, die in der Praxis auch wieder durch ein Rechteck oder Quadratgitter realisiert wird. Diese Stichprobe dient als verkleinerte Population, deren Einheiten den L Straten zugeordnet werden können und aus denen je Stratum die in der zweiten Phase tatsächlich im Gelände aufzunehmenden n_h Stichprobenpunkte auszuwählen sind. Die Anzahl n'_h der Punkte, die in das Stratum h fallen ($n'_h \geq n_h$), ermöglicht die Schätzung des Flächenanteils dieses Stratums durch den Anteil $w_h = n'_h / n'$, und die Mittelwertschätzung erfolgt, indem das unbekannte W_h durch w_h ersetzt wird, durch

$$\bar{Y}_{2ph} = \sum_{h=1}^L w_h \bar{Y}_h.$$

Der Stichprobenfehler wird dann durch die Wurzel des Varianzschätzers

$$v(\bar{Y}_{2ph}) = \frac{1}{n'} \left(\sum_{h=1}^L w_h \frac{S_h^2}{v_h} + \sum_{h=1}^L w_h (\bar{Y}_h - \bar{Y}_{2ph})^2 \right)$$

geschätzt. Dabei ist $v_h = n_h / n'_h$ der vorab festzulegende Anteil im Gelände aufzunehmender Stichprobenpunkte, während n_h in Abhängigkeit vom aktuellen n'_h variabel ist.

Der Zeitaufwand für die Zuordnung der n' Stichprobenpunkte zu den Straten auf Grund von Karten, Betriebswerken und Luftbildern wurde im Vergleich zu den Außenaufnahmen zwar als geringfügig eingeschätzt, konkrete Zeitangaben waren jedoch noch nicht möglich. Deshalb mußte sich die Optimierung auf die Stichprobenanteile v_h beschränken. Das Stichprobennetz für die erste Phase sollte feiner sein als die bisherigen Kontrollstichprobennetze. Daraus entstand zunächst die Vorgabe, ein (50m×50m)-Netz zu verwenden, auf der alle folgenden Ergebnisse beruhen. Es wird aber noch gezeigt werden, daß n' keinen erheblichen Einfluß auf den Stichprobenfehler hat, so daß es noch erheblich reduziert werden kann.

Da die bekannten Lehrbuchformeln die Optimierung von n' einschließen, sei hier die Formel für optimale v_h bei vorgegebenem n' angegeben.

$$v_h = \frac{\sigma_h}{n'} \cdot \frac{\sum_{h=1}^L W_h \sigma_h}{V - \frac{1}{n'} \left(\sigma^2 - \sum_{h=1}^L W_h \sigma_h^2 \right)}$$

Darin ist die anzustrebende Varianz $V = \text{Var } \bar{Y}_{2ph}$ vorzugeben.

3. Genauigkeitsanforderungen

Die Genauigkeitsanforderungen an eine Kontrollstichprobe für ein Forstamt wurden nach Bhd-Klassen getrennt für die Grundfläche je ha Waldfläche formuliert (Tabelle 2). Es erwies sich sehr bald, daß diese Anforderungen nicht in allen Fällen mit vertretbarem Aufwand zu realisieren sein würden. Insbesondere für die in einem Forstamt seltener vorkommenden

Baumarten lassen sich gerade die für die oberen Durchmesserklassen formulierten hohen Genauigkeiten nicht erreichen (Tabelle 3).

Tabelle 2: Zielsetzung für Stichprobenfehler (G/ha)

Baumart	Bhd-Klasse	Stichprf. %
Eiche, Buche und ALh	0-25	30%
	25-50	15%
	>50	5%
ALn	0-30	30%
	>30	10%
Fichte und Douglasie	0-25	30%
	25-50	15%
	>50	5%
Kiefer und Lärche	0-25	30%
	25-40	15%
	>40	5%

Tabelle 3: Notwendige Stichprobenumfänge bei optimaler Allokation in 9 Altersklassen (FOA Stauffenburg, G/ha)

Zielpopulation/Stratum	n (opt. Allokation)
Buche<25	15
Buche>=25<=50	31
Buche>50	421
Eiche<30	222
Eiche>=30<=60	1062
Eiche>60	25176
Fichte/Dougl<=25	37
Fichte/Dougl>25<=40	219
Fichte/Dougl>40	2316
Kiefer/Laerche<=30	77
Kiefer/Laerche>30<=45	270
Kiefer/Laerche>45	6753

Deshalb sollten zunächst die Stichprobenanteile v_h optimiert werden, um schließlich mit diesen die Abhängigkeit der Stichprobenfehler vom Stichprobenumfang n im Gelände ($n = \sum n_h$) für die oberen Durchmesserklassen graphisch darzustellen. Dies ist möglich, da sich die optimalen v_h zu einem anderen V alle durch denselben Faktor von den ursprünglichen unterscheiden.

$$v_h(2) = v_h(1) \cdot \frac{V(1) - \frac{1}{n'}(\sigma^2 - \sum_{h=1}^L W_h \sigma_h^2)}{V(2) - \frac{1}{n'}(\sigma^2 - \sum_{h=1}^L W_h \sigma_h^2)} = v_h(1) \cdot \text{const}$$

Daraus können dann unter Abwägung von Machbarkeit und wünschenswerter Genauigkeit realistische Empfehlungen für die praktische Durchführung abgeleitet werden. In einem ersten Schritt sollten dafür jedoch noch unterschiedliche Stratifizierungsvarianten auf ihre Eignung überprüft werden.

4. Stratifizierungsmerkmale

Bezüglich geeigneter Stratifizierungsmerkmale lagen bereits Erfahrungen aus der Bundeswaldinventur (DAHM 1995) vor, wo sich Wuchsräume, Altersklassen und in geringerem Maße Baumartengruppen als geeignete Stratifizierungsmerkmale erwiesen. Das Hauptaugenmerk sollte sich deshalb im Betriebsrahmen auf Altersklassen und Baumartengruppen konzentrieren. Aus verschiedenen Gründen müssen dabei noch folgende Zusatzbedingungen beachtet werden:

1. Es sollen nicht zu viele Straten gebildet werden, da in zu kleinen Straten keine stabile Varianzschätzung mehr möglich ist
2. Die Straten sollen möglichst so konstruiert werden, daß Stichprobenpunkte ihre Zugehörigkeit zu einem Stratum von einem zum nächsten Inventurtermin nicht zu häufig wechseln, damit die abgeleitete Optimallösung auch beim nächsten Termin noch erfolgreich anwendbar ist.
3. Es soll eine möglichst fehlerfreie Zuordnung zu den Straten erfolgen können, insbesondere beim Einsatz von Luftbildern.

Dies beachtend wurden folgende 3 Stratifizierungsvarianten anhand von vier Forstämtern untersucht und dem herkömmlichen Verfahren gegenübergestellt:

1. „9 Akl“: 9 Altersklassen von je 20 Jahren (letzte Klasse = über 160 Jahre)
2. „4 Akl“: 4 Altersklassen von je 40 Jahren (letzte Klasse = über 120 Jahre)
3. „4 Akl, 2 Bt“: 4 Altersklassen wie unter 2. und zwei Bestandestypen (führende Baumartengruppe Nadelbäume bzw. Laubbäume)

Als gemeinsames Optimum für alle Hauptbaumartengruppen wurde hier diejenige Allokation angesehen, die die Summe der absoluten Stichprobenfehler minimiert. Diese Optimierung wurde durch eine einfache Rastersuche durchgeführt.

Aufgrund der ermittelten Stichprobenfehler waren die Varianten 1 und 3 die besseren, und unter Beachtung der oben formulierten Zusatzbedingungen fiel die Entscheidung für Variante 3. Sie war nur in einem Fall mit 35% gegenüber 33% für Eiche mit Bhd > 50cm im FOA Stauffenburg (unerheblich) schlechter als das herkömmliche Verfahren. Diese Eichen sind in diesem Forstamt mit 0.2m²/ha Waldfläche allerdings von völlig untergeordneter

Bedeutung. Abbildung 1 zeigt die Ergebnisse für FOA Reinhausen, wo Variante 3 in allen Fällen deutlich besser war als das herkömmliche Verfahren.

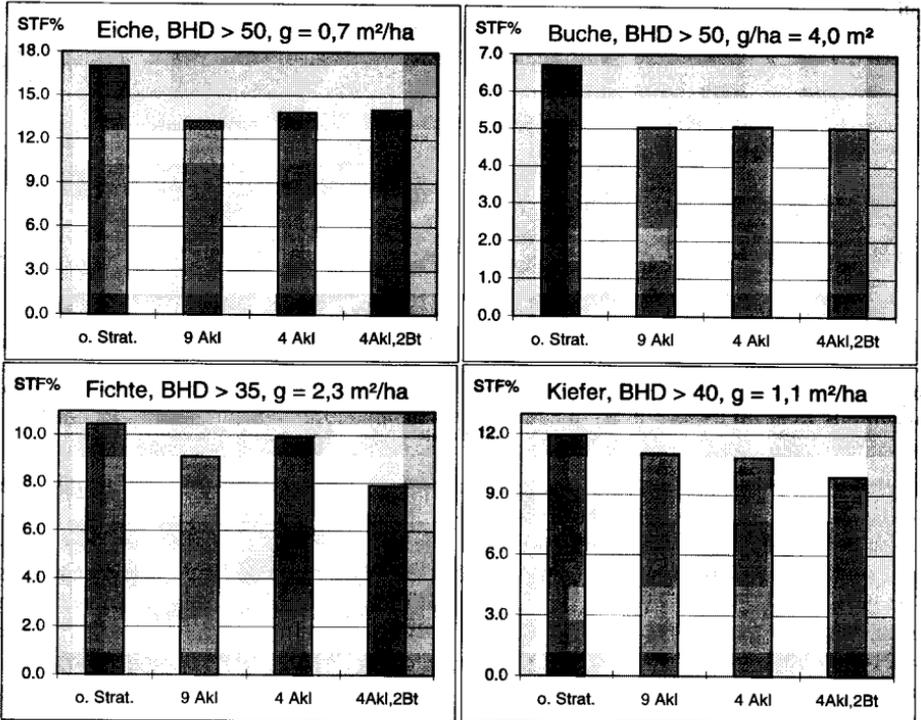


Abbildung 1: Stichprobenfehler, FOA Reinhausen (n'=8560, n=800)

5. Einsparpotential durch zweiphasige Stratifizierung

Die Verringerung der Stichprobenfehler erscheint nur auf den ersten Blick nicht allzu eindrucksvoll. Deutlicher wird der Vorteil der zweiphasigen Stichprobe, wenn man die Stichprobenumfänge betrachtet, die notwendig wären, um bei dem bisherigen Verfahren dieselbe Genauigkeit zu erreichen. Hierbei betrachten wir zusätzlich zu der für das jeweilige Forstamt optimalen Lösung („Opt. Famt“) auch noch eine Allokation, die als gemeinsames Optimum über vier der fünf Forstämter hergeleitet wurde („Opt. alle Famt“). Dies ist notwendig, da auch für Betriebe, in denen bisher keine Kontrollstichprobe erhoben wurde, eine Stichprobenallokation vorgeschlagen werden muß. Die Abbildungen 2 und 3 zeigen stellvertretend die Ergebnisse für die Forstämter Reinhausen und Erdmannshausen.

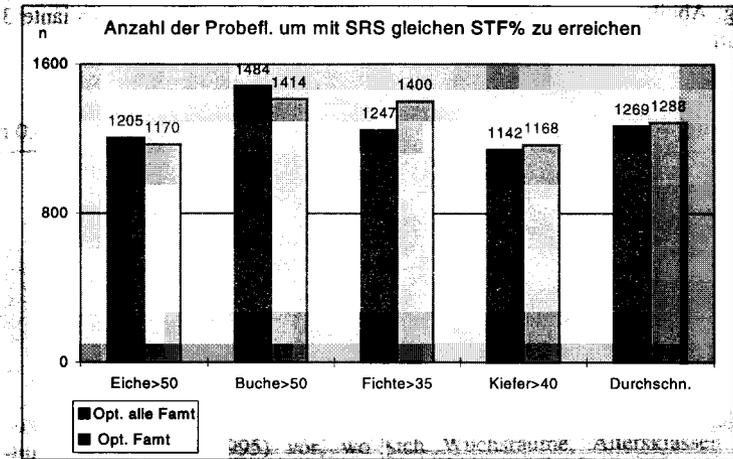


Abbildung 2: Vergleich der Stichprobenumfänge, FOA Reinhausen ($n'=8560$)

In beiden Fällen basieren die zweiphasigen Stichproben auf $n=800$ Punkten im Gelände. Für die dicken Kiefern wären in Reinhausen $n=1142$ Punkte notwendig, um mit der unstratifizierten Stichprobe denselben Stichprobenfehler wie bei der globalen Optimierung der zweiphasigen zu erreichen, bei den dicken Buchen sogar $n=1484$. In Erdmannshausen sieht es nicht ganz so günstig aus, da die dicken Fichten und Kiefern mit beiden Verfahren etwa gleich geschätzt werden. Buchen und Eichen jedoch erfordern bei der unstratifizierten Stichprobe $n=1214$ bzw. $n=1137$ anstelle von $n=800$ Stichprobenpunkten in Phase 2 – ein doch erheblicher Vorteil.

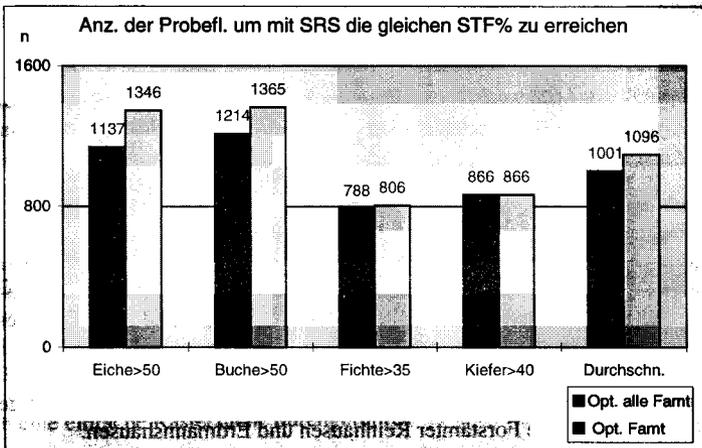


Abbildung 3: Vergleich der Stichprobenumfänge, FOA Erdmannshausen ($n'=13832$)

Beide Abbildungen zeigen außerdem, daß auch bei gewissen Abweichungen der Stichprobenanteile v_h vom lokalen Forstamts-Optimum immer noch erhebliche Vorteile gegenüber dem bisherigen Verfahren bestehen bleiben, so daß man auch davon ausgehen kann, daß zehn Jahre später im selben Forstamt zuverlässig mit dem vorhergehenden Optimum gearbeitet werden kann. Tabelle 4 enthält die über vier der fünf Forstämter global optimalen v_h , die bei gegebenem n' auf den gewünschten Stichprobenumfang n normiert werden müssen.

Tabelle 4: Global optimale Stichprobenanteile

Baumart	Laubbäume führend				Nadelbäume führend				
	Alterskl.	0-40	41-80	81-120	>120	0-40	41-80	81-120	>120
opt. v_h		0.034	0.023	0.030	0.044	0.061	0.089	0.081	0.082

6. Übertragbarkeit

Schließlich soll noch die Übertragbarkeit auf Forstämter überprüft werden, die an der Entwicklung der globalen Optimallösung nicht beteiligt waren. Dazu werden im FOA Bramwald die Stichprobenfehler der unstratifizierten Stichprobe mit denen der zweiphasigen Stichprobe verglichen (Tabelle 5).

Tabelle 5: Vergleich der Stichprobenfehler, FOA Bramwald ($n=800, n'=14402$)

Zielpopulation	G/ha	zweiphasig	Zuf.stichpr.
Eiche <25	0.41	24.8	19.5
Eiche 25-50	1.92	7.5	8.9
Eiche >50	1.05	10.2	12.4
Buche <25	3.32	5.5	5.3
Buche 25-50	5.17	4.7	5.1
Buche >50	3.49	5.5	7.4
Aln <30	0.20	25.7	18.6
Aln >30	0.05	44.6	50.1
Fichte <25	3.14	8.4	7.9
Fichte 25-35	3.05	6.5	6.8
Fichte >35	3.88	5.8	8.1
Kiefer <25	0.57	19.1	14.8
Kiefer 25-40	1.25	11.4	9.8
Kiefer >45	1.02	13.3	14.0

Für die jeweils obersten Bhd-Klassen ist das Ergebnis klar, aber auch die mittleren Klassen werden außer bei der Kiefer durch die zweiphasige Stichprobe besser geschätzt. In den unteren Bhd-Klassen schneidet die zweiphasige Stichprobe erwartungsgemäß schlechter ab, da die Optimierung allein im Hinblick auf die dicken Stämme erfolgt ist. Diese Beobachtung bezüg-

lich der mittleren und unteren Bhd-Klassen hat sich im übrigen auch bei den übrigen vier Forstämtern dieser Untersuchung bestätigt. Der Nachweis der Übertragbarkeit ist also zumindest für dieses Forstamt gelungen. Insgesamt scheint die globale Optimallösung also durchaus robust gegenüber Schwankungen der Varianzen innerhalb und zwischen den Straten zu sein.

7. Stichprobenfehler in Abhängigkeit von n'

Um den Arbeitsaufwand für die Phase 1 der Stichprobenerhebung weiter zu reduzieren, muß der Einfluß von n' auf den Stichprobenfehler untersucht werden. Für große Populationen ist die Varianz der Mittelwertschätzung der zweiphasigen Stichprobe durch

$$\text{Var } \bar{Y}_{2ph} = \frac{1}{n'} \cdot \left(\sigma^2 - \sum_{h=1}^L W_h \sigma_h^2 \right) + \frac{1}{n'} \sum_{h=1}^L W_h \frac{\sigma_h^2}{v_h}$$

gegeben. Wenn nun statt mit n' mit einem Vielfachen $c \cdot n'$ gearbeitet wird, so muß auch $c^{-1} \cdot v_h$ statt v_h verwendet werden, wenn der Stichprobenumfang n in Phase 2 unverändert bleiben soll. Die Varianz ist dann

$$\text{Var } \bar{Y}_{2ph} = \frac{1}{cn'} \cdot \left(\sigma^2 - \sum_{h=1}^L W_h \sigma_h^2 \right) + \frac{1}{cn'} \sum_{h=1}^L W_h \frac{\sigma_h^2}{v_h} \cdot c$$

Im rechten der beiden Summanden entfällt der Faktor c , so daß sich die Veränderung von n' nur auf den linken auswirkt. Dieser ist aber im allgemeinen klein, wie die folgende Tabelle für das FOA Sprakensehl zeigt. Der Stichprobenumfang in Phase 1 kann daher ohne weiteres auf etwa $n'=3000$ Punkte je Forstamt reduziert werden, ohne nennenswerte Genauigkeitseinbußen zu erleiden.

Tabelle 6: Stichprobenfehler in Abhängigkeit von n' (Sprakensehl, $n=800$)

n'	2274	3638	4548	5458	18192	36384
Eiche >50	14.2	14.0	13.9	13.9	13.7	13.7
Buche >50	41.7	41.7	41.7	41.7	41.7	41.7
Aln >30	39.9	39.6	39.5	39.4	39.2	39.1
Fichte >35	10.7	10.6	10.6	10.5	10.5	10.5
Kiefer >40	6.7	6.4	6.3	6.3	6.0	6.0

Literatur

- Dahm, S. (1995): Bundeswaldinventur - Auswertungsmodelle und Vorschläge zur Effektivitätssteigerung. Mitteilungen der Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft Nr. 180, Hamburg
- Saborowski, J. (1992): Ein Diskussionsbeitrag zum Thema: Systematische Stichproben in der Waldinventur. AFJZ 6, S. 107-110