

Zur Auswertung von Stichprobeninventuren mit variablen Probeflächengrößen

Aus dem Institut für Forstliche Biometrie und Informatik der Universität Göttingen und der Forstwirtschaftlichen Fakultät der Technischen Universität Zvolen

(Mit 3 Abbildungen und 3 Tabellen)

Von J. SABOROWSKI und S. ŠMELKO

(Angenommen August 1997)

SCHLAGWÖRTER – KEY WORDS

Variable Probeflächengrößen; Ratioschätzer; Clusterstichproben; Punkstichproben.

Variable size of sample plots; ratio estimator; cluster sampling; point sampling.

1. EINLEITUNG

Die Probeflächengröße spielt eine sehr wichtige Rolle bei allen Stichprobenverfahren der Waldinventur. Sie beeinflusst nicht nur den Arbeitsaufwand im Gelände sondern auch die Variabilität der Probeflächenmerkmale und damit die Genauigkeit der Inventurergebnisse. Deshalb ist man immer bestrebt, unter Berücksichtigung dieser beiden gegenläufigen Tendenzen (zunehmender Arbeitsaufwand, fallender Stichprobenfehler) zu einer optimalen Wahl der Größe der Probeflächen zu gelangen (KRAMER und AKÇA, 1995).

Diese Aufgabe ist bei Bestandesinventuren im allgemeinen einfacher zu lösen als bei großräumigen Inventuren. Einzelbestände haben in der Regel eine homogenere innere Struktur (Baumartenzusammensetzung, Alter, Stammzahl, Bestockungsgrad etc.) als ganze Waldgebiete. Jeder Bestand hat eine eigene optimale Probeflächengröße. Bei großräumigen Inventuren erhofft man sich deshalb eine größere Effektivität durch die Verwendung von variablen, d. h. von Bestand zu Bestand unterschiedlichen Probeflächengrößen. In einem weiteren Schritt kommt man dann zu konzentrischen Probekreisen, die zusätzlich auch noch flexibel auf die innere Struktur jedes Bestandes reagieren (STARKE, 1989).

In der Slowakei wurde bereits in den 60er Jahren (ŠMELKO, 1968) eine bestandesweise Stichprobeninventur entwickelt, in der für jeden Bestand ein individueller Stichprobenumfang in Abhängigkeit von der eingeschätzten Homogenitätsstufe sowie eine dichteabhängige Probeflächengröße verwendet wurde. Für optimal hält man kreisförmige Probeflächen und auch Winkelzählproben mit durchschnittlich 15 bis 25 Bäumen. Bei unterschiedlichen Bestandesstrukturen entspricht dies standardisierten Flächengrößen von 100 m², 500 m², 300 m², 500 m² und 1000 m². Bei regionalen und nationalen Inventuren werden dagegen in der Slowakei meist einheitliche Flächengrößen als Einzel- oder Satellitenstichproben verwendet. 1992/1993 knüpfte man dort an diese Traditionen an, um ein nationales Monitoringsystem aufzubauen. In einem 4 km x 4 km-Raster legte man ein landesweites Netz von kreisförmigen Probeflächen an, die je nach Bestandesdichte eine Größe von 200 m², 500 m², oder 1000 m² haben. Damit entstand auch die Frage, nach welchen Schätzverfahren die Stichprobendaten auszuwerten seien. Denn neben der Variabilität der Merkmalssummen innerhalb einer Probefläche lag auch eine Variabilität der Flächengröße vor. Diese Problematik wurde als Teil eines gemeinsamen Projektes im Rahmen der *Zusammenarbeit in der Agrarforschung Bundesrepublik Deutschland/Slowakische Republik* bearbeitet.

2. STICHPROBENTHEORETISCHE ÜBERLEGUNGEN

Die Größe einer aufzunehmenden Probefläche hänge also von einer Hilfsvariablen wie etwa *Bestandesalter* oder *Bestandesdichte* ab.

Es werden z. B. in dichten Beständen nur Probeflächen der Fläche $F^{(1)}$ erhoben, in weniger dichten solche der Fläche $F^{(2)}$ ($F^{(1)} < F^{(2)}$). Der Einfachheit halber gebe es nur diese beiden Probeflächengrößen und damit 2 Straten, und das Inventurgebiet bestehe aus genau N_1 Flächen der Größe $F^{(1)}$ und N_2 Flächen der Größe $F^{(2)}$ ($N = N_1 + N_2$). Die Summe der Einzelbaumwerte eines bestimmten Baummerkmals, z. B. der Grundfläche oder des Volumens, über alle Bäume in Fläche i sei y_i und die Flächengröße sei F_i (d. h. $F_i = F^{(1)}$ oder $F_i = F^{(2)}$, siehe Abb. 1), so daß die wahre Merkmalssumme je ha (Grundfläche oder Volumen je ha) durch die Formel

$$y_{ha} = \frac{y}{F} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{\sum_{i=1}^N F_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} y_i + \sum_{j=1}^{N_2} y_j}{N_1 F^{(1)} + N_2 F^{(2)}}$$

gegeben ist.

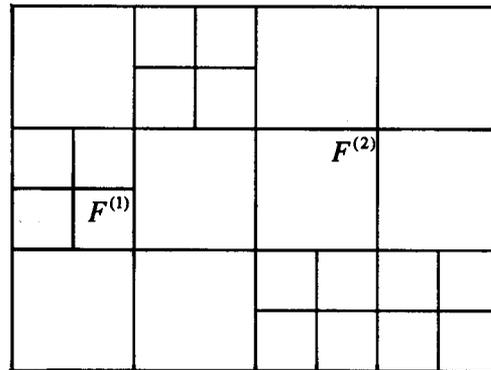


Abb. 1
Inventurgebiet und Teilflächen
Area to be inventoried and sample plots

2.1. Einfache Clusterstichproben

Wählt man nun zufällig n von diesen N Teilflächen aus, jede der Flächen mit derselben Wahrscheinlichkeit $p = 1/N$ (hier: $1/24$), so ist nach COCHRAN (1977) der Ratioschätzer

$$\hat{y}_{R;ha} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

annähernd erwartungstreu und konsistent für y_{ha} . Dagegen ist der Stichprobenmittelwert der Grundflächen je ha der Probeflächen

$$\hat{y}_{ha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{F_i}$$

zwar erwartungstreu für

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{F_i}$$

dies stimmt aber bei ungleichen F_i im allgemeinen nicht mit y_{ha} überein, es sei denn die Grundflächen wären z. B. proportional zu den Probeflächengrößen $y_i/F_i = y/F = y_{ha}$.

Bei der hier unterstellten einfachen Zufallsstichprobe aus der Menge der N Teilflächen sind im Mittel $n_2 = n \cdot (N_2/N)$ (hier: $n \cdot (8/24) = n/3$) der größeren $F^{(2)}$ -Flächen in einer Stichprobe vom Umfang n zu erwarten.

2.2 Systematisches Stichprobengitter

In der Praxis werden die Stichprobeneinheiten jedoch gewöhnlich mit Hilfe eines rechteckigen Stichprobengitters ausgewählt (Abb. 2). Eine Teilfläche wird also als Probefläche in die Stichprobe aufgenommen, wenn ein Gitterpunkt in sie hineinfällt. Damit jede der Teilflächen nur von höchstens einem Gitterpunkt getroffen wird, unterstellen wir, daß die Gitterweite groß ist gegenüber der Seitenlänge der Teilflächen. Die Wahrscheinlichkeit, eine der $F^{(1)}$ -Flächen auszuwählen, ist dann gleich ihrem Flächenanteil an der Gesamtfläche des Inventurgebietes $p^{(1)} = F^{(1)}/F$, entsprechend $p^{(2)} = F^{(2)}/F$ (hier: $p^{(1)} = 1/48$, $p^{(2)} = 1/12$). Im Mittel werden nun $n_2 = n \cdot N_2 \cdot p^{(2)}$ (hier: $n \cdot 8 \cdot (1/12) = 2 \cdot n/3$, was auch in Abbildung 2 klar zu erkennen ist) $F^{(2)}$ -Flächen in der Stichprobe zu erwarten sein, also in jedem Fall mehr als bei der einfachen Zufallsauswahl. Da die Auswahlwahrscheinlichkeiten also nicht mehr gleich sind – sie sind größer für Flächen in weniger dichten Beständen –, muß bei der Verwendung des obigen Ratioschätzers $\hat{y}_{R,ha}$ mit einem systematischen Fehler gerechnet werden, dessen Größenordnung davon abhängt, wie unterschiedlich die Werte der Zielgröße (z. B. Grundfläche je ha) in den beiden Straten sind.

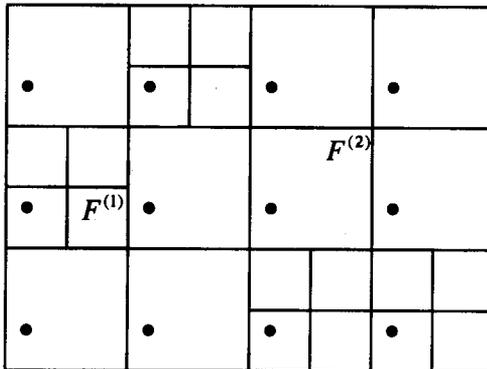


Abb. 2
Inventurgebiet mit Gitternetz
Area to be inventoried and sample grid

Dagegen ist in diesem Fall der Mittelwert \hat{y}_{ha} ein erwartungstreuer Schätzer für y_{ha} wie die folgende Berechnung des Erwartungswertes zeigt.

$$\begin{aligned} E \frac{y_j}{F_j} &= \sum_{i=1}^{N_1} p^{(1)} \frac{y_i}{F^{(1)}} + \sum_{i=1}^{N_2} p^{(2)} \frac{y_i}{F^{(2)}} = \\ &= \sum_{i=1}^{N_1} \frac{y_i}{F} + \sum_{i=1}^{N_2} \frac{y_i}{F} = \frac{y}{F} = y_{ha} \end{aligned}$$

Damit ist dann auch $E \hat{y}_{ha} = y_{ha}$, womit die Behauptung bewiesen ist.

2.3 Punktstichproben

Bei großräumigen Waldinventuren ist das Inventurgebiet im allgemeinen nicht in derartige, nicht überlappende Teilflächen zerlegt. Das obige Modell trifft auf diesen Fall also auch nur in erster Näherung zu, ganz abgesehen davon, daß die Probeflächen im allgemeinen kreisförmig und nicht quadratisch sind. Es gibt vielmehr unendlich viele mögliche Stichprobeneinheiten. Jeder Punkt im Gelände ist eine solche Punktstichprobeneinheit, deren Merkmalswerte sich aus einem Probekreis mit diesem Punkt als Zentrum ergeben. Daraus entsteht zusätzlich das bekannte Problem von Probeflächen am Bestandesrand. Ein befriedigendes stichprobentheoretisches Modell für diesen Fall wurde von MANDALLAZ (1991) entwickelt. Er spricht dabei vom *infinite population model* bzw. von einem *random point approach*.

Die Auswahl von Stichprobenbäumen wird in diesem Ansatz durch eine sogenannte *Stichprobenfunktion* $\varphi(z, d)$ beschrieben, wobei $z \in \mathbb{R}^2$ der Abstandsvektor eines beliebigen Punktes, z. B. auch eines Baumes, vom Stichprobenpunkt und d eine optionale Hilfsvariable ist, von der die Zugehörigkeit eines Baumes zur Probefläche ebenfalls abhängt. In unserem Fall möge es K unterschiedliche Probekreisradien r_k ($k = 1, \dots, K$) geben, und d sei eine Variable wie die Bestandesdichte oder das Bestandesalter desjenigen Bestandes, zu dem ein zufällig ausgewählter Stichprobenpunkt $s \in \mathbb{R}^2$ gehört. Zu diesem Punkt s wird dann der Probekreisradius r_k gewählt, falls d zur Dichte- oder Altersklasse D_k gehört. Für $d \in D_k$ und alle Punkte x im Umkreis mit Radius r_k um s , d. h. mit $|z| = |x-s| \leq r_k$, definieren wir $\varphi(z, d) = 1/(\pi r_k^2)$, für alle übrigen $\varphi(z, d) = 0$. Dann ist φ wegen

$$\int_{\mathbb{R}^2} \varphi(z, d) dz = 1 \quad \text{für jedes } d$$

eine zulässige Stichprobenfunktion nach MANDALLAZ (1991), mit deren Hilfe sich der Stichprobenmittelwert der Hektarwerte der Probekreise gemäß

$$\hat{y}_{ha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{F_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^M y_{0j} \cdot \varphi(x_j - s_i, d_i)$$

schreiben läßt. M ist hier die Anzahl aller Bäume im Inventurgebiet mit den Einzelbaumwerten y_{0j} ($j = 1, \dots, M$), und die s_i sind die n zufällig ausgewählten Probekreismitelpunkte. Nach MANDALLAZ (1991, Theorem 3.2.1) ist dies ein erwartungstreuer Schätzer für den folgenden Hektarwert

$$\frac{\sum_{j=1}^M y_{0j}}{F_\varphi}$$

der jedoch nicht auf die Waldfläche F bezogen ist, sondern auf die um einen Randstreifen größere Fläche $F_\varphi > F$. Voraussetzung ist außerdem, daß dieser Randstreifen bei der Auswahl von Stichprobenpunkten mit eingeschlossen wird. Er besteht mindestens aus allen potentiellen Stichprobenpunkten außerhalb des Waldgebietes, deren zugehörige Probekreise sich mit dem eigentlichen Waldgebiet überschneiden, deren Mindestabstand zum Waldrand also kleiner als der zugehörige Probekreisradius r_k ist. Dies ist eine mathematisch saubere Lösung des Randproblems. In der Praxis verzichtet man allerdings in der Regel auf außerhalb liegende Mittelpunkte und versucht, die Erwartungstreue, wenigstens annähernd, durch Spiegelung am Bestandesrand zu gewährleisten.

Die Varianz von \hat{y}_{ha} wird, wie MANDALLAZ ebenfalls zeigte, mit dem üblichen Schätzer

$$V = \frac{1}{n} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{F_i} - \hat{y}_{ha} \right)^2$$

erwartungstreu geschätzt.

3. EXPERIMENTELLE BESTÄTIGUNG

In diesem Abschnitt sollen die Ergebnisse der oben erläuterten Theorie anhand konkreten Datenmaterials durch die Simulation von zufälligen Clusterstichproben mit identischen Auswahlwahrscheinlichkeiten für alle Probeflächen sowie von systematischen Stichproben auf einem Quadratgitter bestätigt und veranschaulicht werden.

3.1 Grundgesamtheit

Die Stichprobensimulation erfolgt anhand eines Waldgebietes, das eine künstliche Zusammensetzung aus mehreren Beständen darstellt (Abb. 3). Es umfaßt 23 voll aufgenommene reale Bestände (inkl. Baumkoordinaten), mit unterschiedlichen inneren Strukturen, ähnlich dem sogenannten STIPSI-Datensatz (SCHÖPFER, 1967). Darunter sind Rein- und Mischbestände der Baumarten Fichte, Tanne, Buche, Eiche und Hainbuche mit Flächen zwischen 3 ha und 6,5 ha und einem Alter von 70 bis 110 Jahren. Ihre Stammzahlen variieren von 178 bis 930 Bäumen je ha und die Holzvorräte von 53 m³ bis 551 m³ je ha.

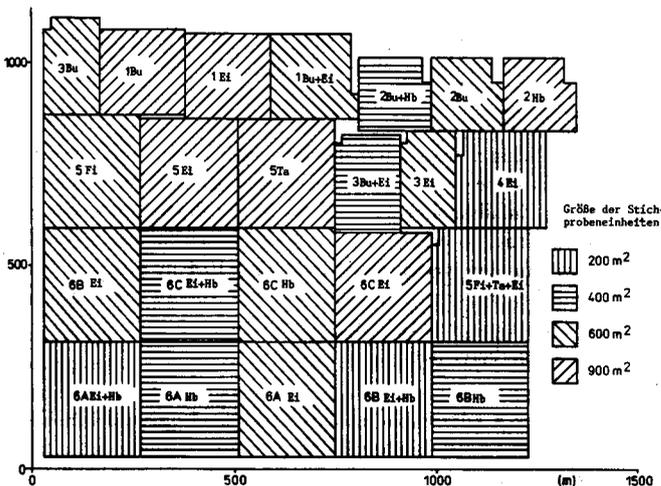


Abb. 3

Aus Einzelbeständen zusammengesetzter Modellwald
Model forest, comprised of single stands

Diese Modellbestände wurden im Lehrforstbetrieb der TU Zvolen (Slowakei) aufgenommen. Sie bilden die Grundlage für einen Stichprobensimulator, der laufend in Lehre und Forschung eingesetzt wird. Ausführlichere Bestandesbeschreibungen finden sich in ŠMELKO (1993).

Zum Zweck dieser Untersuchung wurde jeder der Bestände abhängig von seiner Dichte in rechteckige Probeflächen einer von 4 Flächengrößen (200 m², 400 m², 600 m² sowie 900 m²) zerlegt. Diese Flächengrößen F_b ($b = 1, \dots, 4$) wurden so festgelegt, daß sich im Mittel etwa 15 bis 25 Bäume in einer Probefläche befinden. F_i sei der Einfachheit halber gleichzeitig die Größe der Probefläche i . Untersuchungsmerkmal ist das Derbholzvolumen der Probeflächen ($y_i = V_i$).

Dieser Modellwald eignet sich sehr gut für die Untersuchung von Fragestellungen bestandesübergreifender Waldinventuren, da er genaue (wahre) Werte von Bestandes- und Einzelbaummerkmalen auf einer verhältnismäßig großen Waldfläche zur Verfügung stellt, so daß beliebige Stichprobenverfahren realitätsnah simuliert und korrekt analysiert werden können. Wichtige Parameter für die Simulation sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Bemerkenswert ist die Gesamtfläche des Modellwaldes von 123,72 ha sowie die Gesamtzahl von 2952 potentiellen Probeflächen. Die Volumina variieren stark, sowohl insgesamt (84%) als auch zwischen (57,7%) und innerhalb (58,8%) der Bestände. Der gesamte Vorrat beträgt 23940,95 m³.

Der wahre Holzvorrat je ha y/F , der durch die unterschiedlichen Verfahren zu schätzen ist, beträgt 193,51 m³. Der mittlere Hektarvorrat je Probefläche $N^{-1} \sum y_i/F_i$ dagegen 227,23 m³.

3.2 Simulation

Die systematischen Stichproben wurden mit Hilfe eines Quadratgitters von 75 m Gitterweite erhoben. Durch die Auswahl von 10 zufälligen Anfangspunkten ergaben sich so 10 unterschiedliche systematische Stichproben mit Stichprobenumfängen zwischen $n = 203$ und $n = 217$ und einem Mittelwert von $n = 210$ Probeflächen. Auch die Anzahlen der Probeflächen jeder der 4 Flächengrößen schwankten naturgemäß von Stichprobe zu Stichprobe. Die Schätzung des Holzvorrats je ha wurde für jede Stichprobe gemäß

$$\hat{y}_{R,ha} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \quad (\text{ratio of means}) \quad \text{und} \quad \hat{y}_{ha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{F_i} \quad (\text{mean of ratios})$$

berechnet (Tab. 2).

Für die Zufallsstichproben wurde ein Stichprobenumfang von $n = 210$ vorgegeben. Statt einer einfachen Zufallsstichprobe (ohne Zurücklegen) aus der Menge aller Probeflächen wurde jedoch in jeder von 10 unabhängigen Replikationen eine selbstgewichtende

Tab. 1

Zusammensetzung der Grundgesamtheit aus Stichprobeneinheiten unterschiedlicher Größe
Composition of the target population by sampling units of different sizes

b	F_b (m ²)	N_b	$\frac{N_b}{N}$	$\sum_{i=1}^{N_b} F_i$ (ha)	$\sum_{i=1}^{N_b} F_i/F$	Volumen/ha (m ³)
1	200	1262	0,4275	25,24	0,2040	302,22
2	400	665	0,2253	26,60	0,2150	176,36
3	600	679	0,2300	40,74	0,3293	188,54
4	900	346	0,1172	31,14	0,2517	126,55
		$N = 2952$	1,0000	$F = 123,72$	1,0000	

Tab. 2
Ratio of means und mean of ratios von 10 Replikationen systematischer Stichproben (n = 203 bis 217)
Ratio of means and mean of ratios of 10 replications of systematic samples

Stichproben	n	$\hat{y}_{R;ba}$	$\hat{y}_{R;ba} - y_{ba}$	\hat{y}_{ba}	$\hat{y}_{ba} - y_{ba}$
1	217	161,2	-32,3	188,1	- 5,4
2	216	165,4	-28,1	187,0	- 6,5
3	205	169,9	-23,6	190,8	- 2,7
4	204	175,2	-18,3	196,7	+ 3,2
5	211	166,0	-27,5	187,5	- 6,0
6	216	169,7	-23,8	192,3	- 1,2
7	211	170,8	-22,7	192,6	- 0,9
8	208	176,9	-16,6	202,2	+ 8,7
9	203	183,5	-10,0	204,8	+11,3
10	209	170,9	-22,6	193,4	- 0,1
Mittel:	210	170,97	-22,54	193,54	+0,04
s_{n-1}		6,34	6,34	6,06	6,06

stratifizierte Zufallsstichprobe (proportionale Allokation) ausgewählt, d. h. mit festem

$$n_h = n \cdot \frac{N_h}{N},$$

dem bei einer einfachen Zufallsstichprobe zu erwartenden Anteil von Probeflächen der Größe F_h . Danach ergab sich $n_1 = 90$, $n_2 = 47$, $n_3 = 48$ und $n_4 = 25$. Dies sollte bei der geringen Anzahl von Replikationen stabilere Schätzungen liefern. Als Schätzer wurden wiederum

$$\hat{y}_{R;ba} = \frac{\sum_{h=1}^4 \frac{N_h}{N} \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{\sum_{h=1}^4 \frac{N_h}{N} \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} F_{hi}} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \quad \text{und} \quad \hat{y}_{ba} = \frac{\sum_{h=1}^4 \frac{N_h}{N} \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{F_i}$$

verwendet (Tab. 3).

3.3 Ergebnisse

Die Tabellen 2 und 3 geben die Ergebnisse für alle 4 Varianten (2 Stichprobenverfahren mit je 2 Schätzern) wieder. Wie zu erwarten

war, hat der „mean of ratios“-Schätzer \hat{y}_{ba} im Fall der systematischen Gitterstichprobe einen deutlich geringeren simulierten Bias von +0,04 m³ (0,02%) als der Verhältnisschätzer $\hat{y}_{R;ba}$ mit -22,54 m³ (11,6%), beide bezogen auf das wahre Volumen je ha von 193,51 m³ (Tab. 2). Der Bias des Verhältnisschätzers ist mit einem t-Wert von -3,56 bei 9 Freiheitsgraden und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,05 signifikant von 0 verschieden.

Aus der Simulation lassen sich auch die wahren Stichprobenfehler der beiden Schätzer schätzen. Sie sind mit 6,34 m³ und 6,06 m³ von derselben Größenordnung, aber bei lediglich 10 Replikationen nur sehr unpräzise geschätzt. Ihre 95%-Konfidenzintervalle ($\chi_{9;0,025}^2 = 19,023$, $\chi_{9;0,975}^2 = 2,7$) sind mit [4,4 bis 11,6] und [4,2 bis 11,1] noch recht groß. Schätzt man alternativ aus jeder simulierten systematischen Stichprobe den Stichprobenfehler nach dem bekannten Schätzer für Zufallsstichproben, wie es in der Praxis in diesem Fall geschehen würde, so erhält man im Mittel einen Stichprobenfehler von 9,5 m³ für den Verhältnisschätzer und 10,4 m³ für \hat{y}_{ba} . Beide liegen, wie bei systematischen Stichproben zu erwarten, deutlich höher als die simulierten Werte, aber immer noch innerhalb von deren Konfidenzbereichen.

Tab. 3
Ratio of means und mean of ratios von 10 Replikationen stratifizierter Zufallsstichproben (n = 210)
Ratio of means and mean of ratios of 10 replications of stratified random samples

Stichproben	n	$\hat{y}_{R;ba}$	$\hat{y}_{R;ba} - y_{ba}$	\hat{y}_{ba}	$\hat{y}_{ba} - y_{ba}$
1	210	190,4	- 3,11	226,9	+33,38
2	210	200,4	+ 6,86	226,2	+32,71
3	210	209,4	+15,88	244,8	+51,34
4	210	204,6	+11,05	238,3	+44,83
5	210	201,9	+ 8,39	243,0	+49,54
6	210	192,9	- 0,64	228,5	+34,95
7	210	197,0	+ 3,52	228,4	+34,94
8	210	192,6	- 0,90	231,6	+38,07
9	210	193,2	- 0,26	226,0	+32,53
10	210	200,7	+ 5,55	236,6	+43,05
Mittel:	210	198,31	+ 4,80	233,03	+39,53
s_{n-1}		6,12	6,12	7,13	7,13

Bei der stratifizierten Zufallsstichprobe mit proportionaler Allokation ist dies umgekehrt. Der Verhältnisschätzer hat hier lediglich einen Bias von 2,5% während \hat{y}_{ba} einen Bias von 20,4% aufweist (Tab. 3). Letzterer ist mit einem t-Wert von $39,53/7,13 = 5,54$ ebenfalls signifikant von 0 verschieden. Auch dies stimmt mit der Theorie voll überein.

Der simulierte Stichprobenfehler beträgt hier $7,13 \text{ m}^3$ für \hat{y}_{ba} und $6,12 \text{ m}^3$ für $\hat{y}_{R;ba}$ mit den zugehörigen Konfidenzintervallen [4,9 bis 13,0] bzw. [4,2 bis 11,2].

4. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Aus der stichprobentheoretischen Analyse und der zusätzlichen experimentellen Überprüfung hat sich eindeutig ergeben, daß die Entscheidung zwischen Ratioschätzer und arithmetischem Mittelwert in Abhängigkeit vom Auswahlverfahren zu treffen ist. Im Fall der in der Praxis in der Regel verwendeten systematischen Stichprobengitter (Punktstichproben) sind die Merkmalssummen der Probeflächen zunächst einzeln in Hektarwerte umzurechnen und schließlich zu mitteln, so daß die mittleren Hektargrößen für das Inventurgebiet über den bekannten Stichprobenmittelwert zu schätzen sind. Dies gilt im übrigen analog für konzentrische Probekreise, die unterschiedlichen Durchmesserklassen zugeordnet werden. Hier sind zunächst die Hektarwerte aller Durchmesserklassen an jedem Stichprobenpunkt aufzusummieren und danach erst über alle Punkte zu mitteln (SABOROWSKI, 1997).

Bei Verwendung des Ratioschätzers ist mit einer mehr oder weniger großen Verzerrung (systematischer Fehler) der Schätzung zu rechnen, die von der Variabilität der erhobenen Merkmale (Grundfläche, Vorrat etc.) zwischen unterschiedlich dichten Beständen und den Flächenanteilen der Dichteklassen abhängt.

Der Ratioschätzer ist lediglich in der Situation der klassischen Clusterstichprobe (siehe COCHRAN, 1977) geeignet, in der ein Inventurgebiet aus vorgegebenen Teilflächen zusammengesetzt ist, die alle dieselbe Auswahlwahrscheinlichkeit besitzen. Diese Situation tritt jedoch bei großräumigen Waldinventuren in der Praxis nicht auf.

5. ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird die Schätzung von Hektarwerten aus Waldinventuren mit variablen Probeflächengrößen behandelt, wie sie etwa in einem nationalen Monitoringsystem in der Slowakei aber auch in etwas komplexerer Form als konzentrische Probekreise bei Betriebs- und regionalen Inventuren in Deutschland verwendet werden. Eine eingehende stichprobentheoretische Analyse wird zur Veranschaulichung durch eine Simulationsstudie anhand eines Modellwaldes ergänzt. Im Fall der in der Praxis üblichen systematischen Gitterstichproben erweist sich trotz variabler Probeflächengrößen der Mittelwert der Probekreishektarwerte als geeignet, während der Verhältnisschätzer einen erheblichen systematischen Fehler aufweisen kann.

6. Summary

Title of the paper: *Evaluation of inventories based on sample plots of variable size.*

This paper deals with the estimation of per hectare values in forest inventories, based on sample plots of variable size. They are used in a national monitoring system in Slovakia and also, in a more complex form, as concentric circles in regional inventories and inventories of forest enterprises in Germany. A comprehensive theoretical analysis is completed by a simulation study in an artificial forest model in order to illustrate the results. In case of systematic samples on a lattice, as it is typical in forest inventory practice, the mean of the per hectare values of sample plots is shown to be a suitable estimator even if variable plot sizes are used. Instead, the ratio estimator can have a remarkable bias.

7. Résumé

Titre de l'article: *Sur l'interprétation des inventaires statistiques avec des placettes de surfaces variables.*

Ce travail est consacré à la détermination des valeurs à l'hectare à partir d'inventaires statistiques avec des placettes de surfaces variables, tels ceux qui ont été utilisés, par exemple, en Slovaquie dans le cadre d'une méthode de monitoring à l'échelon national, mais également en Allemagne, sous une forme plus complexe que les placettes circulaires concentriques, au niveau de la région ou de l'entreprise. On a procédé en outre à une analyse approfondie de la théorie de l'échantillonnage qui a été concrétisée par une étude de simulation sur un modèle de forêt. Dans le cas d'un réseau systématique de placettes courant dans la pratique, les valeurs moyennes à l'hectare obtenues à partir placettes se révèlent valables bien que celles-ci soient de surfaces variables; compte tenu du rapport d'échantillonnage, il est possible d'indiquer l'ordre de grandeur de l'erreur systématique.

J. M.

8. Literatur

- COCHRAN, W. G.: Sampling techniques. Wiley, New York, 1977
KRAMER, H. und AKÇA, A.: Leitfaden zur Waldmeßlehre. J. D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt am Main, 1995
MANDALLAZ, D.: A unified approach to sampling theory for forest inventory based on infinite population and superpopulation models. Chair of Forest Inventory and Planning, ETH Zürich, 1991
SABOROWSKI, J.: Stichprobenverfahren der Waldinventur. Vorlesungsskriptum, Göttingen, 1997
SCHÖPFER, W.: Ein Stichprobensimulator für Forschung und Lehre. AFJZ 138, 267-273, 1967
ŠMELKO, Š.: Stand und Weiterentwicklung der Waldinventurmethode in der Tschechoslowakei. AFJZ 133(10), 219-227, 1968
ŠMELKO, Š.: Die räumliche Bestandesstruktur und die Genauigkeit der Waldzustandserfassung durch verschiedene Stichprobeninventurverfahren. Deutscher Verband Forstlicher Forschungsanstalten - Sektion Forstliche Biometrie und Informatik. 6. Tagung, Freising, 1993
STARKE, J.: Kontrollstichproben in Niedersachsen. Forst und Holz 44(13), 331-341, 1989