RBS, ein mehrstufiges Inventurverfahren zur Schätzung von Baummerkmalen

II. Modifizierte RBS-Verfahren

Aus dem Institut für Forstliche Biometrie und Informatik der Universität Göttingen

(Mit 2 Abbildungen)

Von J. SABOROWSKI und D. GAFFREY

(Angenommen Januar 1999)

SCHLAGWÖRTER – KEY WORDS

Mehrstufige Stichproben; ungleiche Wahrscheinlichkeiten; zufällige Aststichproben; Nadelmasse; Blattmasse; Trockenmasse.

Multistage sampling; unequal probabilities; randomized branch sampling; needle mass; leaf mass; dry mass.

1. EINLEITUNG

Das sogenannte Randomized Branch Sampling (RBS) ist ein Stichprobenverfahren zur Schätzung von Pflanzenparametern wie Nadel-, Blatt- und sonstigen Biomassen oder auch Fruchtmengen. Ursprünglich entwickelt von JESSEN (1955), fand es wiederholte Anwendung in den Arbeiten von VALENTINE et al. (1977, 1984), GREGOIRE et al. (1995) sowie GAFFREY und SABOROWSKI (1999). Es basiert auf einem methodisch einwandfreien stichproben-theoretischen Hintergrund, liefert Schätzungen ohne systematischen Fehler mit der Möglichkeit, auch Stichprobenfehler schätzen zu können und hat darüber hinaus große Vorteile bei der praktischen Durchführung. So ist z. B. bei der Schätzung von Nadeltrockenmassen der Messaufwand sehr gering, da Frischmassebestimmungen im Bestand nicht notwendig sind. Das Verfahren ist sehr effektiv: Bei gleichen Stichprobenanzahlen sind kleinere Stichprobenfehler erreichbar als etwa bei einfachen Zufallsstichproben, da ungleiche Auswahlwahrscheinlichkeiten verwendet werden, die proportional zur Zielgröße bzw. zu einer mit dieser hoch korrelierenden Hilfsgröße (z. B. Astquerschnittsfläche) sind.

Praktische Erfahrungen und Empfehlungen zur Anwendung des RBS bei der Schätzung von Nadel- und Asttrockenmassen sehr großer Bäume (66-jährige Douglasien) sind bei GAFFREY und SABOROWSKI (1999) zu finden.

2. UNABHÄNGIGE ZUFALLSAUSWAHL VON ASTPFADEN (RANDOMIZED BRANCH SAMPLING)

Die folgende Darstellung des „randomized branch sampling" (RBS) basiert auf den oben genannten Arbeiten und orientiert sich in Nomenklatur und Notation an GAFFREY und SABOROWSKI (1999).

Wir gehen davon aus, dass ein Baum aus einem Stamm und davon ausgehenden Ästen, die sich aus Segmenten hierarchisch zusammensetzen, besteht (Abb. 1). Die Aufgabe ist nun, aus der Baumkrone durch schrittweise Auswahl einer zusammenhängenden Folge von Astsegmenten unterschiedlicher Stufen einen sogenannten Astpfad oder kurz Pfad auszuwählen. Den Übergang vom Stamm zu den Astsegmenten der ersten Stufe bzw. von einem Astsegment zu den Astsegmenten der nächsten Stufe bezeichnen wir als Knoten. Ein

Knoten kann dabei in der Praxis ein Quirl, eine Gruppe von Quirlen oder irgendeine andere Verzweigungsstelle sein, aber nicht jede Verzweigung muss auch als Knoten angesehen werden. Die Festlegung der Knoten richtet sich nach praktischen Gesichtspunkten. Häufig wird eine Krone in mehrere Straten eingeteilt werden, in denen alle Äste erster Ordnung als von einem einzigen, gedachten Knoten ausgehend betrachtet werden.

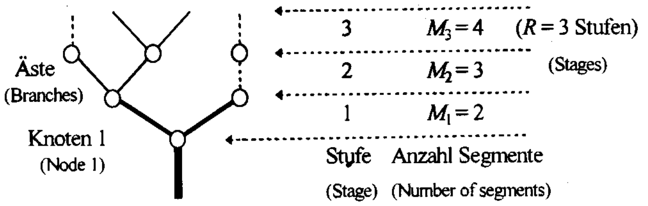

Abb. 1

Verzweigungsschema mit realen (–) und imaginären Astsegmenten (- - -) sowie mit Knoten (○)

Branching scheme including real (–) and imaginary branch segments (- - -), as well as nodes (○)

Am ersten Knoten wird einer der von dort abzweigenden Äste zufällig ausgewählt, wobei die Auswahlwahrscheinlichkeit proportional zu einer Variablen z, also z. B. zum Querschnitt des Astes am Knoten sein kann. Das ist immer dann sinnvoll, wenn eine Korrelation zwischen dem Basisquerschnitt und der eigentlichen Zielgröße, z. B. der Nadel- oder Blattmasse, vorhanden ist. Wir bezeichnen diese Wahrscheinlichkeit mit q_1. Stehen z. B. 3 Äste mit Durchmessern d_{11}, d_{12} und d_{13} zur Wahl, so ist für den j-ten Ast, bzw. dessen erstes Segment,

$$q_{1j} = \frac{d_{1j}^2}{\sum_{i=1}^{3} d_{1i}^2} \quad \text{d. h.} \quad \sum_{j=1}^{3} q_{1j} = 1 .$$

Am Ende des so im ersten Schritt ausgewählten Segmentes kann sich ein weiterer Knoten befinden, an dem wiederum eine Auswahl zwischen mehreren Segmenten der nächsten Stufe getroffen werden muss. Die (bedingte) Auswahlwahrscheinlichkeit des dort gewählten Segmentes sei q_2 *(conditional probability of segment 2)*. Sie ist die Wahrscheinlichkeit, gerade dieses Segment auszuwählen, wenn man sich schon an diesem Knoten befindet. Die (unbedingte) Wahrscheinlichkeit *(unconditional probability of segment 2)* für den gesamten Pfad bis zu einschließlich diesem Segment ist

$$Q_2 = q_1 \cdot q_2 .$$

Im Hinblick auf eine vereinfachte Notation vervollständigen wir jeden Pfad durch virtuelle Segmente bis zur höchsten vorkommenden Stufe R mit einer zugehörigen bedingten Auswahlwahrscheinlichkeit von 1, so dass dieses Verfahren in jedem Fall schließlich bis zur Auswahl eines kompletten, aus R Segmenten bestehenden Verzweigungspfades führt. Allgemein ist dann die (unbedingte) Wahrscheinlichkeit der Menge aller vollständigen Pfade, die ein bestimmtes Segment von Stufe r enthalten, das Produkt der bedingten Wahrscheinlichkeiten aller bis einschließlich dieser Stufe ausgewählten Segmente

$$Q_r = \prod_{l=1}^{r} q_l .$$

Diese Menge besteht aus allen Pfaden, die bis zu diesem r-ten Segment identisch sind und danach beliebig weiter verzweigen. Speziell ist die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten vollständigen Pfades

$$Q_L = \prod_{l=1}^{R} q_l .$$

Auf einer beliebigen Stufe r repräsentiert jedes dort vorhandene Segment eine Teilmenge der Menge aller existierenden Pfade (Abb. 2). Diese Teilmengen zu den unterschiedlichen Segmenten einer Stufe sind disjunkt und erschöpfend. Deshalb gilt für die Summe der Wahrscheinlichkeiten dieser Teilmengen, summiert über alle M_r Segmente der Stufe r

$$\sum_{s=1}^{M_r} Q_r(s) = 1 .$$

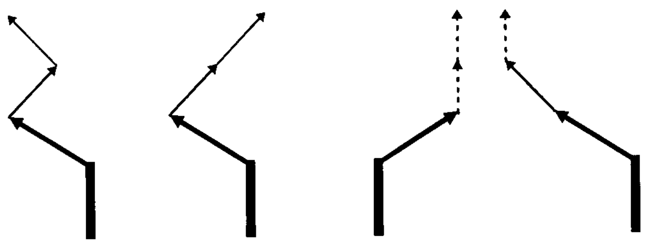

Abb. 2

Alle möglichen Pfade des Verzweigungsschemas in Abbildung 1

All possible paths of the branching scheme in figure 1

Nun sei f_r *(e. g. needle or biomass of stage r)* der Wert des interessierenden Merkmals, z. B. der Nadel- oder der Biomasse, eines Segmentes von Stufe r (virtuelle Segmente: $f_r = 0$). Dann ist

$$\hat{F}(r) = \frac{f_r}{Q_r}$$

ein erwartungstreuer Schätzer der gesamten Nadel- oder Biomasse $F(r)$ auf Stufe r, denn mit

$$L_s = \begin{cases} 1 & \textit{falls Segment s zum Pfad gehört} \\ 0 & \textit{falls Segment s nicht dazu gehört} \end{cases} \quad \text{und} \quad EL_s = 1 \cdot Q_r(s) + 0 \cdot (1 - Q_r(s)) = Q_r(s)$$

folgt

$$E\hat{F}(r) = E\sum_{s=1}^{M_r} L_s \frac{f_r(s)}{Q_r(s)} = \sum_{s=1}^{M_r} f_r(s) = F(r) .$$

Damit ist dann aber offenbar

$$\hat{F} = \sum_{l=1}^{R} \frac{f_l}{Q_l} = \frac{f_1}{q_1} + \frac{f_2}{q_1 q_2} + \ldots + \frac{f_R}{q_1 \cdot \ldots \cdot q_R} \tag{2.1}$$

erwartungstreuer Schätzer der gesamten Nadel- oder Biomasse F der Krone.

Mit der Auswahl eines einzigen solchen Pfades wird man den gesuchten Baumparameter in der Regel nicht präzise genug schätzen können, so dass die Auswahl mehrerer Pfade notwendig wird. Werden also auf die beschriebene Weise n Verzweigungspfade unabhängig voneinander, d. h. mit Zurücklegen („ZmZ"), ausgewählt, so erhält man n Schätzer $\hat{F}_i$ $(i = 1,\ldots,n)$, deren Mittelwert

$$\bar{\hat{F}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \hat{F}_i$$

die Gesamtmasse F natürlich ebenfalls erwartungstreu schätzt. Die Varianz von $\hat{F}_i$ ist

$$Var\,\bar{\hat{F}} = \frac{1}{n} Var\,\hat{F} = \frac{1}{n} E\left(\hat{F} - F\right)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N} \left(\hat{F}_i - F\right)^2 Q_R(i) ,$$

wobei $N = M_R$ die Anzahl aller möglichen Pfade ist. Ein erwartungstreuer Varianzschätzer ist

$$V = \frac{1}{n} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\hat{F}_i - \bar{\hat{F}}\right)^2 , \tag{2.2}$$

da die $\hat{F}_i$ n stochastisch unabhängige und gleichverteilte Zufallsgrößen sind. Somit gestaltet sich die Schätzung des Stichprobenfehlers wegen der ZmZ-Auswahl besonders einfach. Verwendet man nämlich statt dessen Ziehen ohne Zurücklegen („ZoZ") auf mindestens einer Stufe, so werden zusätzliche Terme in (2.2) erforderlich, die Schätzer für die Varianz zwischen den Stichprobeneinheiten der jeweils nächsten Stufe enthalten (COCHRAN, 1977).

3. STICHPROBENTHEORETISCHE BEURTEILUNG DES RBS-VERFAHRENS UND PROBLEMSTELLUNG

Das im Abschnitt 2 beschriebene Verfahren gehört offensichtlich zur Kategorie der mehrstufigen Stichprobenverfahren, wobei auf der ersten Stufe n primäre Stichprobeneinheiten (PSE) durch ppz-Auswahl (ZmZ) ausgewählt werden. Auf allen folgenden Stufen wird nur ein Stichprobenumfang von je $m = 1$ realisiert. VALENTINE et al. (1984) stützen dieses Vorgehen durch die Behauptung, dass der Stichprobenfehler bei forstlichen Inventuren häufig von der Varianz zwischen den PSE dominiert wird, so dass es dann sinnvoll erscheint, große Stichprobenumfänge auf der ersten Stufe zu realisieren und auf den folgenden Stufen nur sehr sparsam zu erheben. Ob diese Behauptung bei den speziellen Anwendungen des RBS zutrifft, ist jedoch zu prüfen. Dazu sind neben der Varianz zwischen den Primäreinheiten mindestens auch die Varianzen zwischen den Sekundäreinheiten zu schätzen. Letzteres ist mit den durch das RBS aufgenommenen Pfaden wegen des Stichprobenumfangs $m = 1$ allerdings nicht möglich, so dass für eine derartige Überprüfung Vollaufnahmen oder wenigstens Umfänge von $m \geq 2$ auf der zweiten Stufe realisiert werden müssten.

GAFFREY und SABOROWSKI (1999) zeigen für Nadel- und Astmasseschätzungen, dass die aufzunehmenden Stichprobenanteile n/N auf der ersten Stufe im Hinblick auf eine ausreichende Genauigkeit so groß sein können, dass häufiger mit der Mehrfachauswahl einzelner Äste gerechnet werden muss. In solchen Fällen ist eine geringere Effizienz von ZmZ gegenüber ZoZ zu befürchten. COCHRAN (1977) berichtet über Simulationsstudien einstufiger Verfahren, deren Ergebnisse erwarten lassen, dass bei Verfahren mit ungleichen Auswahlwahrscheinlichkeiten das Verhältnis der Fehlervarianzen von ZoZ zu ZmZ eine Größenordnung hat, die der bei einfachen Zufallsstichproben mit gleichen Auswahlwahrscheinlichkeiten entspricht, nämlich

$$\frac{Var_{ZoZ}\ \overline{X}}{Var_{ZmZ}\ \overline{X}} = \frac{\frac{1}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}{\frac{1}{n}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2} = \frac{N-n}{N-1}\ .$$

Bei mehrstufigen Verfahren mit ZoZ nur auf der ersten Stufe wird dieser Präzisionsgewinn aber wieder reduziert, da der Beitrag der folgenden Stufen zur Varianz unverändert bleibt. Es müsste also im Einzelfall geprüft werden, ob ZoZ zu einer Verbesserung führen kann. ZoZ auf einer Stufe der Erhebung erfordert für die Varianzschätzung mindestens $m = 2$ auf der folgenden Stufe. Auch dies kann ein Vorteil sein, wenn die Varianzen innerhalb der Folgestufe im Vergleich zur vorangehenden genügend groß sind.

4. ALTERNATIVEN

Zur Entwicklung von alternativen RBS-Verfahren, die auf wenigstens einer Stufe ZoZ verwenden, muss man sich für eines der vielen in der Literatur beschriebenen einstufigen Auswahlverfahren entscheiden, die ZoZ mit ungleichen Wahrscheinlichkeiten realisieren (COCHRAN, 1977). Für die beiden in den Abschnitten 4.1 und 4.2 beschriebenen Alternativen zum ursprünglichen RBS, wie es in Abschnitt 2 dargestellt wurde, ist jedoch zunächst nur anzunehmen, dass die Wahrscheinlichkeit π_i für die Aufnahme einer Stichprobeneinheit i in die Stichprobe und die Wahrscheinlichkeit π_{ij} für die gemeinsame Aufnahme der Einheiten i und j für das gewählte Verfahren angegeben bzw. berechnet werden können. Dies ist zum Beispiel für das Verfahren von SAMPFORD (1967) der Fall.

Dieses Verfahren garantiert, dass die Wahrscheinlichkeit für ein Segment i, in die Stichprobe zu gelangen, proportional zur bedingten Auswahlwahrscheinlichkeit q_i bleibt, nämlich $\pi_i = n \cdot q_i$, wobei $\pi_i < 1$ vorausgesetzt wird. Die Aufnahmewahrscheinlichkeit für ein Paar (i,j) von Segmenten (π_{ij}) lässt sich ebenfalls berechnen (SAMPFORD, 1967, Formel 15). Praktisch kann die Auswahl der Segmente auf drei unterschiedliche Weisen erfolgen, die ebenfalls bei SAMPFORD (1967) beschrieben werden. Bei kleinem N z. B. empfiehlt SAMPFORD die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Stichproben vom Umfang n und die anschließende Auswahl einer von diesen $\binom{N}{n}$ Stichproben mit den berechneten Wahrscheinlichkeiten (SAMPFORD, 1967, Formel 10). Für die praktische Umsetzung muss geprüft werden, welches Verfahren sich einfacher programmieren lässt.

4.1 ZoZ auf der ersten Stufe (a)

Beginnt man bei einem bereits gewählten Astsegment des ersten Knotens, unabhängig davon, wie diese Auswahl erfolgt ist, mit der weiteren Auswahl von Segmenten gemäß dem bisherigen RBS am zweiten Knoten, wobei auch hier wieder mit den bedingten Auswahlwahrscheinlichkeiten $q_2, q_3, \ldots, q_R$ gearbeitet wird, so ist

$$\hat{F}^* = f_1 + \sum_{l=2}^{R} \frac{f_l}{Q_l^*} \qquad \text{mit} \quad Q_l^* = q_2 \cdot \ldots \cdot q_l \tag{4.1}$$

erwartungstreu für die Nadelmasse an diesem Ast. Dies ist unmittelbar einleuchtend, wenn man sich klar macht, dass die rechts stehende Summe wieder der klassische RBS-Schätzer ist, lediglich eingeschränkt auf das an das ausgewählte Segment anschließende Kronenkompartiment. Werden nun am ersten Knoten n von N Ästen *ohne* Zurücklegen (z. B. nach der Methode von SAMPFORD) gewählt, so gilt für den j-ten Ast

$$\pi_j = n \cdot q_{1j}\ ,$$

und der Schätzer *(estimator for crown totals, sampling wor on the first stage)*

$$\bar{\hat{F}}_a = \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{F}_i^*}{\pi_i} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{F}_i^*}{q_{1i}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{F}_i \tag{4.2}$$

mit $\hat{F}_i^*$ gemäß (4.1) und $\hat{F}_i$ gemäß (2.1) ist erwartungstreu für die gesamte Nadelmasse des Baumes bzw. des Kronenstratums. Er hat also wieder dieselbe Form wie beim RBS. Es ist nur zu beachten, dass die Auswahl der Äste der ersten Stufe ohne Zurücklegen erfolgt. Die Varianz ist

$$Var\ \bar{\hat{F}}_a = Var \sum_{i=1}^{n} \frac{F_i}{\pi_i} + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\pi_i}\, Var\ \hat{F}_i^*$$

(F_i: Nadelmasse des i-ten Astes) und kann durch *(variance estimator)*

$$V_{\bar{\hat{F}}_a} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} \frac{\pi_i\pi_j - \pi_{ij}}{\pi_{ij}} \left(\frac{\hat{F}_i^*}{\pi_i} - \frac{\hat{F}_j^*}{\pi_j}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\pi_i} V_i \tag{4.3}$$

geschätzt werden, falls V_i ein erwartungstreuer Schätzer für $Var\ \hat{F}_i^*$ ist (COCHRAN, 1977; SABOROWSKI, 1990). Ein solcher Schätzer existiert zwar, macht aber in jedem ausgewählten Primärast die Auswahl von mindestens zwei Subpfaden ($m_i > 1$) auf der zweiten Stufe erforderlich. Wird hierfür wieder ZmZ eingesetzt, so ist *(second stage variance estimator, sampling wr)*

$$V_i = \frac{1}{m_i(m_i-1)} \sum_{j=1}^{m_i} \left(\frac{\hat{F}_{ij}^*}{q_{2ij}} - \bar{\hat{F}}_i^*\right)^2$$

zu verwenden. Dabei wird $\hat{F}_{ij}^*$ für jeden Subpfad j analog (4.1) beschrieben, und

$$\bar{\hat{F}}_i^* = \frac{1}{m_i}\sum_{j=1}^{m_i} \hat{F}_{ij}^*$$

ersetzt $\hat{F}_i^*$ in (4.2).

Das Verfahren führt also notwendigerweise zu einer Erhöhung des Stichprobenumfangs auf der zweiten Stufe, was vielleicht durch eine Reduktion auf Stufe 1 kompensiert oder sogar überkompensiert werden kann. Eine abschließende Beurteilung kann erst im Einzelfall anhand der geschätzten Varianzkomponenten und unter Berücksichtigung von Arbeitszeiten gegeben werden.

4.2 ZoZ auf der zweiten Stufe bei Mehrfachauswahl einer Primäreinheit (b)

Eine weitere Alternative besteht darin, wie beim bisherigen RBS auf der ersten Stufe *mit* Zurücklegen zu ziehen, aber immer dann, wenn ein Primärast i zwei- oder mehrfach (t_i-fach) in die Stichprobe gelangt, t_i Subpfade in dieser Primäreinheit *ohne* Zurücklegen auszuwählen. Der Schätzer *(estimator for crown totals, sampling wor on the second stage)*

$$\hat{\bar{F}}_b = \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{N}\frac{T_l}{q_{1l}}\hat{\bar{F}}_l^* \qquad \text{mit} \qquad \hat{\bar{F}}_l^* = \sum_{j=1}^{T_l}\frac{\hat{F}_{lj}^*}{\pi_{j|l}} \tag{4.4}$$

ist dann nach RAO (1975) (siehe dazu auch SABOROWSKI (1990)) erwartungstreu für die gesamte Nadelmasse des Baumes bzw. Stratums. $\pi_{j|i}$ steht für die bedingte Auswahlwahrscheinlichkeit des j-ten Segmentes am ersten Knoten von Ast i, z. B. nach SAMPFORD. Darüber hinaus ist *(variance estimator)*

$$V = \frac{1}{n(n-1)}\left[\sum_{l=1}^{N} T_l\left(\frac{\hat{\bar{F}}_l^*}{q_{1l}} - \hat{\bar{F}}_b\right)^2 + \sum_{l=1}^{N}\frac{T_l^2 - T_l}{q_{1l}^2}V_l\right] \tag{4.5}$$

ein erwartungstreuer Schätzer der Varianz von $\hat{\bar{F}}_b$, wenn V_i bei gegebener Stichprobe der ersten Stufe ein erwartungstreuer Varianzschätzer für $Var\ \hat{F}_i^*$ ist. Die zum zweiten Summenzeichen gehörigen Summanden sind genau dann von 0 verschieden, wenn das zugehörige Astsegment mindestens zweimal ausgewählt wurde, denn für $T_i = 1$ ist $T_i^2 - T_i = 0$. Das Prozedere am ersten Knoten eines gegebenen Astes i, also auf der zweiten Stufe, entspricht aber nun genau dem in Abschnitt 2 beschriebenen Verfahren, das dort allerdings auf der ersten Stufe begann, so dass V_i analog $V\bar{F}_a$ in (4.3) gebildet werden kann. Es sind lediglich die π_i und π_j der Astsegmente i und j von Stufe 1 etwa durch $\pi_{j|i}$ und $\pi_{j'|i}$ zu ersetzen, π_{ij} durch $\pi_{jj'|i}$, $\hat{F}_i^*$ durch $\hat{F}_{ij}^*$ und, nicht zu vergessen, V_i durch V_{ij}. Die Indizes j und j' bezeichnen zwei unterschiedliche Astsegmente der zweiten Stufe innerhalb des Primärastes i. Wie dort muss nun auch hier auf der Stufe, die der ZoZ-Auswahl folgt, also auf der dritten Stufe, ein Stichprobenumfang größer als 1 realisiert werden, damit V_{ij} berechnet werden kann.

5. DISKUSSION UND AUSBLICK

Das herkömmliche RBS-Verfahren ist als mehrstufiges Stichprobenverfahren mit Zurücklegen auf der ersten Stufe konzipiert und wird damit bei kleinen Stichprobenanteilen n/N kaum schlechter abschneiden als ein entsprechendes ZoZ-Verfahren. Bei vielen Anwendungen wird es jedoch notwendig sein, größere Stichprobenanteile zu wählen, um einen ausreichend kleinen Stichprobenfehler zu erhalten. So zeigte sich bezüglich der Nadelmassenschätzung großer Douglasien, dass bei einer RBS-Aufnahme von einem Viertel bis einem Drittel der Äste je Kronensektion mit einem Standardfehler von im Mittel ca. 20 % gerechnet werden kann (GAFFREY und SABOROWSKI, 1999). Anstelle dieses ZmZ-Verfahrens, das bei größeren Stichprobenanteilen zur Mehrfacherfassung von Primärästen führt, mag deshalb ein Ziehen ohne Zurücklegen auf erster Stufe günstiger sein. Darüberhinaus wurde unseres Wissens noch nicht nachgewiesen, dass der Stichprobenumfang $m = 1$ für die untergeordneten Stufen tatsächlich, wie von VALENTINE (1984) angenommen, in jedem Fall eine geeignete Wahl ist. Ein Umfang von $m \geq 2$ ist beim herkömmlichen RBS nicht notwendig, aber ohne weiteres realisierbar. Beim ZoZ ist dagegen auf der dem ZoZ folgenden Stufe $m \geq 2$ unverzichtbar, wenn eine Schätzung des Stichprobenfehlers angestrebt wird, was aber die Regel sein sollte.

Eine abschließende Beurteilung der unterschiedlichen Vorgehensweisen ist in diesem Stadium der Untersuchungen noch nicht möglich. Erst die Entwicklung der notwendigen Software zur Durchführung der alternativen Aufnahmeverfahren mit anschließenden Datenerhebungen werden einen qualifizierten Vergleich des bekannten RBS mit den beiden modifizierten Verfahren erlauben. Hierzu ist auch die Schätzung von Varianzkomponenten notwendig, die wegen $m = 1$ mit dem bisherigen Datenmaterial nicht durchführbar war.

6. ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird das RBS-Verfahren zur Schätzung von Parametern wie Nadel- oder Blattmassen auf zwei unterschiedliche Weisen modifiziert. Ausgangspunkt für diese Modifikationen ist die Erfahrung, dass für Stichprobenerhebungen in der Praxis vielfach so hohe Aufnahmeprozente notwendig sind, dass Ziehen mit Zurücklegen gegenüber Ziehen ohne Zurücklegen einen bemerkenswerten Effizienzverlust zur Folge haben kann. Deshalb wird als eine mögliche Verbesserung gegenüber dem herkömmlichen RBS ein Ziehen ohne Zurücklegen auf der ersten Stufe ins Auge gefasst. Eine zweite, geringfügigere Modifikation behält Ziehen mit Zurücklegen auf der ersten Stufe bei, sieht aber auf der zweiten Stufe Ziehen ohne Zurücklegen vor, falls ein Astsegment der ersten Stufe zufällig zwei- oder mehrfach ausgewählt wird. Für beide Fälle werden Schätzer für die interessierenden Zielgrößen und zugehörigen Stichprobenfehler hergeleitet.

7. Summary

Title of the paper: *RBS, a multistage inventory method for estimating tree characteristics. II. Modified RBS-procedures.*

In this paper the RBS procedure for estimating tree parameters like needle and leaf mass (F) is modified in two different ways. Starting point for these modifications is the experience that necessary sampling fractions in practice will often be so high that sampling with replacement might be of remarkably lower efficiency compared with sampling without replacement. Therefore, sampling without replacement on the first stage is proposed as one possible improvement of the conventional RBS procedure (formulas 4.2, 4.3). A second, less significant modification keeps sampling with replacement on the first stage, but supposes sampling without replacement on the second stage, whenever a branch segment of the first stage is selected twice or several times (formulas 4.4, 4.5). In both cases, estimators are derived for the interesting parameters and the according sampling errors. Sampling without replacement can be carried out by any of the known procedures allowing the calculation of the probabilities π_i and π_{ij} for inclusion of single and joint sampling units. Estimation of variances and sampling errors necessitates sampling with replacement (wr) of at least 2 units within the first and second stage units, respectively, which were sampled without replacement (wor).

8. Résumé

Titre de l'article: *R.B.S., méthode d'inventaire à plusieurs phases pour la détermination des caractéristiques des arbres. II. Méthode R.B.S. modifiée.*

Dans le présent travail on a procédé, de deux manières différentes, á une modification de la méthode R.B.S. (randomized branch sampling) pour l'estimation de paramètres, tels les masses d'aiguilles ou de feuilles. Le point de départ de ces modifications est le constat que dans la pratique les pourcentages des sondages qu'implique la constitution des échantillons sont bien souvent si élevés qu'un tirage au hasard après mise à l'écart d'une partie du matériel peut avoir comme conséquence une perte d'efficience, qui mérite d'être signalée, par rapport à un tirage sans élimination. De ce fait on a considéré que dans la première phase, un tirage au sort sans mise à l'écart était une amélioration possible de la méthode R.B.S. classique. Une deuxième modification, de moindre importance, maintient des tirages au sort avec mises à l'écart pour la première phase, mais prévoit en revanche des tirages au sort sans mises à l'écart pour la deuxième phase dans le cas où une section de branche de la première phase est choisie une ou plusieurs fois du fait du hasard. Dans les deux cas on a déduit des index concernant les grandeurs aux quelles on s'est intéressé et les erreurs d'échantillonnage les concernant. J. M.

9. Literatur

COCHRAN, W. G.: Sampling techniques. Wiley, New York, 1977

GAFFREY, D. und SABOROWSKI, J.: RBS, ein mehrstufiges Inventurverfahren zur Schätzung von Baummerkmalen. I. Schätzung von Nadel- und Asttrockenmassen bei 66-jährigen Douglasien. AFJZ 170, 177–183, 1999

GREGOIRE, T. G., VALENTINE, H. T. and FURNIVAL, G. M.: Sampling methods to estimate foliage and other characteristics of individual trees. Ecology **76**(4), 1181–1194, 1995

JESSEN, R. J.: Determining the fruit count on a tree by randomized branch sampling. Biometrics **11**, 99–109, 1955

RAO, J. N. K.: Unbiased variance estimation for multistage designs. Sankhya C, **37**, 133–139, 1975

SABOROWSKI, J.: Schätzung von Varianzen und Konfidenzintervallen aus mehrstufigen Stichproben. Schriften aus der Forstlichen Fakultät der Universität Göttingen und der Niedersächsischen Forstlichen Versuchsanstalt, Bd. 99, 1990

SAMPFORD, M. R.: On sampling without replacement with unequal probabilities of selection. Biometrika **54**, 499–513, 1967

VALENTINE, H. T. and HILTON, S. J.: Sampling oak foliage by the randomized-branch method. Canadian Journal of Forest Research **7**, 295–298, 1977

VALENTINE, H. T., TRITTON, L. M. and FURNIVAL, G. M.: Subsampling trees for biomass, volume, or mineral content. Forest Science 30(3), 673–681, 1984

10. ANHANG

Zum Nachweis der Erwartungstreue der Schätzer (4.4) und (4.5) werden nun die Sätze 1 und 2 in SABOROWSKI (1990) nach RAO (1975) benutzt. Mit $W_i = T_i / n \cdot q_{1i}$ sind die Voraussetzungen von Satz 1 erfüllt und (4.4) ist somit erwartungstreu.

Zur Anwendung von Satz 2 wird zunächst ein erwartungstreuer Schätzer für

$$Var \sum_{l=1}^{N} \frac{T_l}{n \cdot q_{1l}} \cdot F_l$$

benötigt. Da es sich hierbei um ein einstufiges ppz-Verfahren handelt, kann er aber sofort angegeben werden:

$$v_F = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{l=1}^{N} T_l \left(\frac{F_l}{q_{1l}} - \sum_{l=1}^{N} \frac{T_l}{nq_{1l}} F_l \right)^2 .$$

Er lässt sich durch Ausrechnen des Quadrates weiter umformen zu

$$\begin{aligned} v_F &= \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{l=1}^{N} T_l \left(\frac{F_l}{q_{1l}} \right)^2 - n \cdot \left(\sum_{l=1}^{N} \frac{T_l}{nq_{1l}} F_l \right)^2 \right) = \\ &= \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{l=1}^{N} \left(\frac{T_l}{q_{1l}^2} - \frac{1}{n} \frac{T_l^2}{q_{1l}^2} \right) F_l^2 - 2n \cdot \sum_{l<j}^{N} \frac{T_l T_j}{n^2 q_{1l} q_{1j}} F_l F_j \right). \end{aligned} \tag{9.1}$$

Nach Satz 2 ist dann

$$V = v_{\hat{F}} + \sum_{l=1}^{N} \left(W_l^2 - B_l \right) V_l$$

erwartungstreuer Schätzer für die Varianz von $\hat{\bar{F}}_b$. Die Abkürzungen bedeuten

$$v_{\hat{F}} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{l=1}^{N} T_l \left(\frac{\hat{\bar{F}}_l^*}{q_{1l}} - \sum_{l=1}^{N} \frac{T_l}{nq_{1l}} \hat{\bar{F}}_l^* \right)^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{l=1}^{N} T_l \left(\frac{\hat{\bar{F}}_l^*}{q_{1l}} - \hat{\bar{F}}_b \right)^2$$

$$B_l = \frac{1}{n(n-1)} \left(\frac{T_l}{q_{1l}^2} - \frac{1}{n} \frac{T_l^2}{q_{1l}^2} \right)$$

B_i ist der Faktor vor F_i^2 nach dem zweiten Gleichheitszeichen von (9.1). Weiter gilt

$$W_l^2 - B_l = \left(\frac{T_l}{nq_{1l}} \right)^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\frac{T_l}{q_{1l}^2} - \frac{1}{n} \frac{T_l^2}{q_{1l}^2} \right) = \frac{1}{n(n-1)} \frac{T_l^2 - T_l}{q_{1l}^2} ,$$

so dass durch Einsetzen in V (4.5) resultiert.