Baumartenspezifische Funktionen zur Schätzung von Bestandesdurchmesserverteilungen

Aus dem Institut für Forstliche Biometrie und Informatik der Universität Göttingen

(Mit 2 Tabellen)

Von D. GAFFREY, J. SABOROWSKI und G. SPELSBERG

(Angenommen Juli 1997)

SCHLAGWÖRTER – KEY WORDS

Durchmesserverteilung; Normalverteilung; Weibullverteilung; Parameterschätzung; Fichte; Buche; Eiche; Kiefer.

Diameter distribution; normal distribution; Weibull distribution; parameter estimation; spruce; beech; oak; pine.

1. EINLEITUNG

In den Staatswäldern steht heutzutage eine Waldbewirtschaftung nach ökologischen Grundsätzen im Vordergrund. Dies ist in den meisten Bundesländern in entsprechenden Gesamtkonzepten formalisiert (z. B. „Wald 2000“ in Nordrhein-Westfalen, „LÖWE-Programm“ in Niedersachsen). Eine grundlegende Voraussetzung zur Verwirklichung der vielfältigen Ziele ist eine umfangreiche Datenbasis, die durch geeignete Inventuren aufzubauen bzw. zu ergänzen ist (z. B. SPELSBERG und WESSELS, 1994). Nach wie vor sind ertragskundliche Bestandesinformationen für den Forstbetrieb von großer Wichtigkeit. Um hier die Genauigkeit der Volumen- und auch – in Zukunft – darauf aufbauender Sortimentprognosen zu erhöhen, hat sich die Landesforstverwaltung Nordrhein-Westfalens in einem ersten Teilziel zur Aufgabe gemacht, landesweit gültige, baumartenspezifische Modelle zur zuverlässigen und flexiblen Schätzung bestandesindividueller Durchmesserverteilungen zu erstellen.

Im Auftrag der Landesanstalt fur Ökologie, Bodenordnung und Forsten/Landesamt für Agrarordnung Nordrhein-Westfalen (LÖBF/LAfAO NRW) wurden deshalb im Institut für Forstliche Biometrie und Informatik der Universität Göttingen Untersuchungen zur Herleitung baumartenspezifischer Funktionen zur Schätzung von Bestandesdurchmesserverteilungen durchgeführt (GAFFREY und SABOROWSKI, 1996, unveröff.). Hierzu wurden Daten aus dem Testlauf der Landeswaldinventur in NRW sowie ergänzend aus Naturwaldzellen und Fichten-Versuchsflächen zur Verfügung gestellt. Eine wesentliche Forderung bestand darin, Modelle zu entwickeln, deren einzige Eingangsgröße der Bestandesmitteldurchmesser ist. Darüberhinaus wurde geprüft, ob mit Hilfe zusätzlicher Bestandeskennziffern eine sinnvolle Modellerweiterung möglich ist. Ein weiterer Schwerpunkt lag in der Beurteilung der Eignung der Datenbasis, insbesondere der Inventurdaten, zur Modellparametrisierung wie auch zur Modellentwicklung und -verifizierung.

2. DATENMATERIAL UND PROBLEMATIK

Für die Untersuchungen standen Daten aus 3 verschiedenen Quellen zur Verfügung: aus dem Testlauf der Landeswaldinventur (LWI-Daten), von Naturwaldzellen (NWZ-Daten) und von Fichten-Versuchsflächen (FiVF-Daten). Verwendet wurden die Informationen zu Baumart, Brusthöhendurchmesser (BHD) und Alter. Datensätze von Bäumen, die nicht zum Hauptkollektiv gehören (z. B. Unterstand, Überhälter), wurden entfernt.

Die LWI-Daten basieren auf Probekreisaufnahmen, wobei die Aufnahmeflächen in Abhängigkeit vom BHD unterschiedlich sind (Probekreisradius $r = 2$ m für BHD < 10 cm, $r = 3$ m für 10 cm $\leq$ BHD < 15 cm, $r = 12$ m für BHD ≥ 15 cm) (SPELSBERG und WESSELS, 1994). Die individuellen Flächenwerte der Kreise, die von einer Waldgrenze geschnitten werden, sind bekannt.

Bäume, die zu einem Stichprobenpunkt gehören aber aus unterschiedlich großen Probekreisflächen stammen, müssen bei der Erstellung der empirischen Durchmesserverteilungsfunktionen entsprechend gewichtet eingehen: Bäume mit einem BHD kleiner 15 cm (und größer als 10 cm) zählen 16fach gegenüber solchen mit einem BHD über 15 cm. Simulationen, die mit FiVF-Daten dank bekannter Baumkoordinaten möglich waren, zeigten, daß die Varianz der durch die Gewichtung ergänzten Durchmesserwerte meist unterschätzt wird, so daß als Folge die empirische wie auch eine angepaßte Verteilungsfunktion eine (verstärkte) Rechtsschiefe aufweist.

Durchmesserverteilungsfunktionen, die repräsentativ für die Grundgesamtheit sein sollen, setzen einen gewissen Mindestumfang der Stichprobe voraus. Dieser sollte bei (30 bis) 50 Bäumen liegen (SHIVER, 1988; SABOROWSKI, 1994). Wird ein Umfang von mindestens 30 gefordert, so reduziert sich bei den LWI-Daten die Anzahl der in Frage kommenden Stichprobenpunkte so erheblich, daß nur noch Auswertungen für die Baumarten Fichte, Buche und ggf. Kiefer möglich sind. Zudem sind keine starken Bestände vertreten. Deshalb ist es unbedingt notwendig, die LWI-Daten durch weitere Daten, hier die NWZ- und FiVF-Daten, zu ergänzen. Exemplarisch wurde für die Buche geprüft, ob eine Reduktion der Mindestanzahl auf 20 möglich ist, um mehr verwertbare Stichprobenpunkte zu erhalten. Es zeigte sich, daß die Parameter der an die kleineren Stichproben angepaßten Verteilungsfunktionen keine sichtbaren Unterschiede (erhöhte Streuung oder systematische Abweichungen) zu denjenigen aufwiesen, die auf Stichproben mit mindestens 30 Bäumen basierten. Deshalb wurden für die Baumarten Eiche und Kiefer, bei denen hauptsächlich oder ausschließlich LWI-Daten vorlagen, auch Probekreise mit 20 bis 30 Bäumen in die Datenanalyse aufgenommen.

Aus den LWI-Daten wurden für die Fichte 365 Stichprobenpunkte (Umfang $n \geq 30$) ausgewählt, für die Buche 50 ($n \geq 30$), für die Eiche (Trauben- und Stieleiche zusammengefaßt) 19 ($n \geq 20$) und für die Kiefer 149 ($n \geq 20$). Die NWZ-Daten stammen von Parzellen, die jeweils aus 2 Teilflächen (gegattert und ungegattert) von meist je einem ha Größe bestehen. Für die Fichte wurden 6 Aufnahmen, für Buche 151 und für Eiche 20 ausgewählt. Die FiVF-Daten sind auf Flächen von i. d. R. 0,25 ha aufgenommen worden (insgesamt 32 Aufnahmen). Damit umfaßt die Datenbasis für Fichte, Buche und Eiche – nicht aber für Kiefer – auch alte und somit starke Bestände.

3. METHODIK

3.1 Durchmesserverteilungsmodelle

Aufgabe ist es, zur Schätzung baumarten- und bestandesspezifischer Durchmesserverteilungen Modelle zu entwickeln und zu parametrisieren. Die Ergebnisse der Datenanalyse einerseits, sowie die Vorgabe, daß die Eingangsgröße für die Prognosen der Bestandesmitteldurchmesser (Einbeziehung weiterer Bestandesgrößen nur im Ausnahmefall) sein soll, andererseits, bestimmen die Wahl des Modelltyps.

Zur Simulation von Durchmesserverteilungen sind unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsmodelle geeignet. Grundsätzlich ist zu fordern, daß sie flexibel genug sind, die vorkommenden empirischen Bestandesverteilungen wiederzugeben. (Von 2 oder mehrgipfeligen

Verteilungen, die auf unterschiedlichen Kollektiven beruhen, sei hier abgesehen.) Von den in der Praxis verbreiteten Verteilungsfunktionen (RÖMISCH, 1983; HINH, 1983; GEROLD, 1990) seien neben der Beta- (z. B. CLUTTER und BENNET, 1965; BURKHART und STRUB, 1974), der Gamma- (z. B. NELSON, 1964; HEMPEL, 1993) und JOHNSON's S_B-Verteilung (z. B. NEWBERRY und BURK, 1985) vor allem die WEIBULL-Verteilung genannt, die gegenüber den anderen nur 3 statt 4 Parameter besitzt.

Die WEIBULL-Verteilung wurde erstmalig von FISHER und TIPETT (1928) sowie unabhängig von WEIBULL (1939) beschrieben. Eingehendere Beschreibungen finden sich z. B. bei WEIBULL (1951) oder JOHNSON und KOTZ (1970), JOHNSON et al. (1994). Im forstlichen Bereich fand sie ihre erstmalige Anwendung bei der Anpassung von Durchmesserverteilungen durch BALEY und DELL (1973). Beliebt ist sie nicht nur wegen ihrer Flexibilitat trotz geringer Parameterzahl; es wurden auch relativ einfache Verfahren zur Parameterschätzung entwickelt (s. u.), und zudem ist die Stammfunktion bekannt. Einschränkend ist zu sagen, daß sie Verteilungen, die sehr stark linksschief oder sogar J-förmig sind, nicht befriedigend bzw. gar nicht wiedergeben kann. (Derartige Verteilungen kamen bei den hier untersuchten Daten nicht vor.) Sie besitzt die Dichte

$$f(x) = \frac{\gamma}{\beta} \cdot \left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1} \cdot e^{-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}}$$

mit der Integralfunktion (kumulative Verteilungsfunktion)

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}} .$$

Der Parameter α definiert das Minimum des Definitionsbereiches, β ist ein Skalierungsparameter und γ beschreibt die Form der Verteilung. Alle 3 Parameter sollen durch baumartenspezische Funktionen des (arithmetischen) mittleren Bestandesdurchmessers M_D (und ggf. weiterer Größen) geschätzt werden. Dabei sind Zweifel, ob der Formparameter durch M_D nennenswert erklärt werden kann, berechtigt (RENNOLLS et al., 1985). Falls dies nicht der Fall ist, entbehrt das WEIBULL-Modell seiner Berechtigung und es sollte stattdessen dieNormalverteilung verwendet werden.
Die Normalverteilung hat die Dichte

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} ,$$

mit Mittelwert μ und Standardabweichung σ. Die Verteilungsfunktion ist nicht explizit angebbar. In einer bestandesbezogen Anwendung ist μ durch M_D und σ durch eine Funktion von M_D (und ggf. weiterer Größen) zu schätzen.

3.2. Erklärungsgrößen

Entsprechend der Aufgabenstellung soll die zentrale Erklärungsgröße für die Parameter von Durchmesserverteilungsfunktionen der *mittlere Durchmesser* eines Bestandes sein. In der Literatur findet sich, daß der mittlere Durchmesser (auf unterschiedliche Weise definiert) immer als eine von meist mehreren Größen verwendet wird, um die Varianz der Verteilungsparameter zu erklären.

Die (lineare) Schätzung des Lageparameters α, der das Minimum der Verteilung beschreibt, wird wesentlich zuverlässiger, wenn neben dem arithmetischen Mitteldurchmesser M_D auch das Durchmesserminimum MIN_D hinzugenommen wird (RENNOLLS et al., 1985). KILKKI et al. (1989) schätzen α bzw. den Logarithmus von α (KILKKI und PÄIVINEN, 1986) linear durch den Durchmesser des Grundflächenmedianstammes GMe_D. Auch beim Skalierungsparameter β kann eine Verbesserung des linearen Modells durch die Ergänzung mit MIN_D möglich sein (RENNOLLS et al., 1985). NAGEL und BIGING (1995) verwenden ausschließlich den Durchmesser des Grundflächenmittelstammes GM_D. KILKKI et al. (1989) schätzen den Logarithmus von β linear durch GMe_D und die Bestandesgrundfläche G bzw., wenn MIN_D bekannt ist, β linear durch GMe_D, MIN_D, G und das Alter A. HÖKKA et al. (1991) verwenden den GMe_D (und auch dessen Wurzel) in linearen wie nichtlinearen Funktionen. Der Formparameter γ kann i. a. durch M_D allein nicht ausreichend erklärt werden. Auch die Hinzunahme des Quadrats von M_D und von MIN_D liefern kein befriedigendes lineares Modell (RENNOLLS et al., 1985). Günstiger kann es sein, neben dem GM_D den maximalen Durchmesser MAX_D zu verwenden (NAGEL und BIGING, 1995). KILKKI und PÄIVINEN (1986) schätzen den Logrithmus von γ linear durch GMe_D, G und A. CANDY (1988) wählt die Oberhöhe, die Stammzahl N und GM_D in einem Exponentialmodell. HÖKKA et al. (1991) verwenden in einem nicht-linearen Modell neben dem GMe_D eine Temperatursumme.

Ermittelt man die Parameter der WEIBULLfunktion mit der Momentenmethode (s. u.), so benötigt man neben M_D die Standardabweichung S_D und z. B. den minimalen Durchmesser MIN_D. S_D ist ferner erforderlich, wenn statt der WEIBULL- die Normalverteilung gewählt wird. KASSIER und BREDENKAMP (1994) schätzen S_D linear aus dem Alter A und der Grundfläche G; MAGNUSSEN (1986) verwendet neben A den Durchmesser des Grundflächenmittelstammes GM_D. Mit denselben Größen prognostiziert er linear MIN_D, falls dieser Wert nicht bekannt ist. KASSIER und BREDENKAMP (1994) erhalten MIN_D aus einem linearen Audruck, in den M_D, die mit M_D normierte Standardabweichung, ein Stammzahlverhältnis und das Alter eingehen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß überwiegend lineare Modelle Anwendung gefunden haben; nicht-lineare zeichnen sich nicht durch eine erkennbar bessere Bestimmtheit aus. Es ist wegen der relativ geringen Differenzen unbedeutend, ob statt dem M_D der GM_D oder der GMe_D verwendet wird. Bei der Schätzung der Standardabweichung, von α und insbesondere γ sollten weitere Größen (z. B. MIN_D, MAX_D) einbezogen werden. Dennoch muß aber damit gerechnet werden, daß die Varianzerklärung für den Formparameter nicht oder nur mäßig befiedigend ist.

3.3. Anpassung der WEIBULLfunktion

Zur Schätzung der Parameter der WEIBULLfunktion anhand empirischer Durchmesserverteilungen stehen mehrere Verfahren zur Verfügung, von denen die Maximum-Likelihood-, die Perzentil- und die Momenten-Methode kurz erwähnt werden sollen.

Die Maximum-Likelihood-Methode (MLM) (z. B. COHEN, 1965; WINGO, 1972; ZUTTER et al., 1982) wird wohl am häufigsten angewandt, da die Parameterschätzung konsistent ist. Zudem bereitet dank der EDV die iterative Lösungssuche heute keine rechnerischen Probleme mehr. Es ist notwendig, für zwei Parameter Anfangswerte vorzugeben. Bei der Perzentil-Methode (PM) (z. B. DUBEY, 1967; ZANAKIS, 1979; NEWBERRY et al., 1993) werden die Parameter aus bestimmten Perzentilwerten der Stichprobe berechnet; eine Iteration ist nicht erforderlich. Die Momenten-Methode (MM) (z. B. JOHNSON, 1970) verwendet die ersten Momente. In modifizierten Verfahren kann das Moment durch das Minimum (oder Maximum) (GARCIA, 1981; COHEN und WHITTEN, 1983) oder die Schiefe der Stichprobe (LINDSAY et al., 1996) ersetzt werden.

Im Vergleich der Verfahren schneidet die MLM am günstigsten ab, wenn als Kriterium der Bias oder der MSE der WEIBULLparameter gewählt wird, während die PM zu den geringsten Varianzen führt. Wichtig ist es, nicht nur die Parameter für sich zu betrachten, sondern auch die angepaßten Verteilungsfunktionen mit den empirischen zu vergleichen. Die Unterschiede zwischen den Verfahren sind i. d.

Tab. 1
Koeffizienten linearer Modelle zur Schätzung von Verteilungsparametern
Coefficients of linear models for estimating distribution parameters

Fichte – spruce – *Picea abies*

	Modell 1			Modell 2				Modell 3				
	a0	a1	r^2	a0	a1	a2	r^2	a0	a1	a2	a3	r^2
S_D	0,7877	0,1724	0,44	–0,1488	–0,1480	0,2386	0,76	1,6615	0,0676	–0,3085	0,1816	0,83
α	4,1400	0,3940	0,67	4,9034	0,5661	–0,1361	0,73	–0,3241	–0,0600	–0,9248	–0,0153	0,97
β	–4,6830	0,6812	0,84	–5,4338	0,5120	0,1339	0,87	0,2475	1,1924	–1,0050	–0,0307	0,98
γ	0,9862	0,0500	0,33	1,3046	0,1625	–0,0811	0,62	1,6434	0,2028	–0,0577	–0,0918	0,64

Buche – beech – *Fagus sylvatica*

	Modell 1			Modell 2				Modell 3				
	a0	a1	r^2	a0	a1	a2	r^2	a0	a1	a2	a3	r^2
S_D	1,9674	0,1661	0,66	0,9544	–0,0959	0,1808	0,86	1,6884	0,0305	–0,1586	0,1416	0,90
α	0,1994	0,4385	0,87	0,8119	0,6864	–0,1649	0,90	–3,8577	0,1319	0,6931	0,0348	0,99
β	–0,0505	0,6241	0,91	–0,7721	0,3321	0,1942	0,93	4,3460	0,9399	–0,7597	–0,0246	0,99
γ	2,1551	0,0155	0,17	2,3745	0,0723	–0,0392	0,45	2,5680	0,1056	–0,0417	–0,0495	0,54

Eiche – oak – *Quercus petreae* and *Qu. robur*

	Modell 1			Modell 2				Modell 3				
	a0	a1	r^2	a0	a1	a2	r^2	a0	a1	a2	a3	r^2
S_D	0,1885	0,1814	0,81	0,2143	–0,1413	0,2222	0,93	no improvement				
α	2,5972	0,5126	0,79	2,5369	1,2676	–0,5196	0,87	–4,1033	–0,1045	1,0950	0,0910	0,99
β	–2,6678	0,5358	0,77	–2,6013	–0,2966	0,5729	0,85	4,7890	1,2305	–1,2187	–0,1066	0,99
γ	1,8923	0,0098	0,06	1,8892	0,0487	–0,0268	0,10	2,8120	0,2394	–0,1522	–0,1116	0,57

Kiefer – pine – *Pinus sylvestris*

	Modell 1			Modell 2				Modell 3				
	a0	a1	r^2	a0	a1	a2	r^2	a0	a1	a2	a3	r^2
S_D	1,2892	0,1475	0,23	–0,6316	–0,1454	0,2581	0,69	0,8580	0,0560	–0,3006	0,2192	0,76
α	3,3935	0,4447	0,74	4,2109	0,5694	–0,1098	0,78	α = 0,85 * MIN_D				
β	–4,0617	0,6348	0,84	–4,8803	0,5100	0,1100	0,85	–0,3074	1,1282	–0,9229	–0,0093	0,99
γ	0,8883	0,0569	0,23	1,5978	0,1651	–0,0953	0,64	1,8630	0,2010	–0,0535	–0,1022	0,66

lich, den MAX_D einzubeziehen. Für die Eiche ist die Anwendung der WEIBULLfunktion erst dann gerechtfertigt, wenn γ zusätzlich durch MIN_D geschätzt werden kann. Hinsichtlich der nahezu völligen Erklärung von α durch Modell 3 sei daran erinnert, daß α bei Stichprobendaten linear aus dem MIN_D der Stichprobe geschätzt wird.

Die Bewertung der Eignung von NV- und WB-Modell anhand des Vergleichs zwischen realen mit simulierten Durchmesserverteilungen ist baumartenspezifisch vorzunehmen (Tab. 2). Für die *Fichte* waren für diesen Zweck nur die FiVF-Daten (32 Aufnahmen) geeignet. Das WB-Modell ist dem NV-Modell vorzuziehen, da es in allen Fällen (eine Ausnahme) für alle Kriterien besser abschneidet. Zwei Auffälligkeiten sind zu diskutieren. Zum einen liefert Modell 3 gegenüber Modell 2 – wider Erwarten – schlechtere Ergebnisse. Zum anderen sollten die Abweichung der Grundflächensumme diffsum_ gf, gemittelt über alle Datensätze, immer nahezu Null sein. Dies ist aber oft nicht der Fall, – wenn auch die Abweichungen nicht groß sind. Eine Erklärung mag sein, daß *Durchmesser*verteilungsmodelle optimiert wurden, die bei der Simulation von *Grundflächen* u. U. zur Unter- oder Überschätzung führen können. Dies ließe sich vermei-

Tab. 1

Koeffizienten linearer Modelle zur Schätzung von Verteilungsparametern

Coefficients of linear models for estimating distribution parameters

Fichte – spruce – *Picea abies*

	Modell 1			Modell 2				Modell 3				
	a0	a1	r^2	a0	a1	a2	r^2	a0	a1	a2	a3	r^2
S_D	0,7877	0,1724	0,44	–0,1488	–0,1480	0,2386	0,76	1,6615	0,0676	–0,3085	0,1816	0,83
α	4,1400	0,3940	0,67	4,9034	0,5661	–0,1361	0,73	–0,3241	–0,0600	–0,9248	–0,0153	0,97
β	–4,6830	0,6812	0,84	–5,4338	0,5120	0,1339	0,87	0,2475	1,1924	–1,0050	–0,0307	0,98
γ	0,9862	0,0500	0,33	1,3046	0,1625	–0,0811	0,62	1,6434	0,2028	–0,0577	–0,0918	0,64

Buche – beech – *Fagus sylvatica*

	Modell 1			Modell 2				Modell 3				
	a0	a1	r^2	a0	a1	a2	r^2	a0	a1	a2	a3	r^2
S_D	1,9674	0,1661	0,66	0,9544	–0,0959	0,1808	0,86	1,6884	0,0305	–0,1586	0,1416	0,90
α	0,1994	0,4385	0,87	0,8119	0,6864	–0,1649	0,90	–3,8577	0,1319	0,6931	0,0348	0,99
β	–0,0505	0,6241	0,91	–0,7721	0,3321	0,1942	0,93	4,3460	0,9399	–0,7597	–0,0246	0,99
γ	2,1551	0,0155	0,17	2,3745	0,0723	–0,0392	0,45	2,5680	0,1056	–0,0417	–0,0495	0,54

Eiche – oak – *Quercus petreae* and *Qu. robur*

	Modell 1			Modell 2				Modell 3				
	a0	a1	r^2	a0	a1	a2	r^2	a0	a1	a2	a3	r^2
S_D	0,1885	0,1814	0,81	0,2143	–0,1413	0,2222	0,93	no improvement				
α	2,5972	0,5126	0,79	2,5369	1,2676	–0,5196	0,87	–4,1033	–0,1045	1,0950	0,0910	0,99
β	–2,6678	0,5358	0,77	–2,6013	–0,2966	0,5729	0,85	4,7890	1,2305	–1,2187	–0,1066	0,99
γ	1,8923	0,0098	0,06	1,8892	0,0487	–0,0268	0,10	2,8120	0,2394	–0,1522	–0,1116	0,57

Kiefer – pine – *Pinus sylvestris*

	Modell 1			Modell 2				Modell 3				
	a0	a1	r^2	a0	a1	a2	r^2	a0	a1	a2	a3	r^2
S_D	1,2892	0,1475	0,23	–0,6316	–0,1454	0,2581	0,69	0,8580	0,0560	–0,3006	0,2192	0,76
α	3,3935	0,4447	0,74	4,2109	0,5694	–0,1098	0,78	α = 0,85 * MIN_D				
β	–4,0617	0,6348	0,84	–4,8803	0,5100	0,1100	0,85	–0,3074	1,1282	–0,9229	–0,0093	0,99
γ	0,8883	0,0569	0,23	1,5978	0,1651	–0,0953	0,64	1,8630	0,2010	–0,0535	–0,1022	0,66

lich, den MAX_D einzubeziehen. Für die Eiche ist die Anwendung der WEIBULLfunktion erst dann gerechtfertigt, wenn γ zusätzlich durch MIN_D geschätzt werden kann. Hinsichtlich der nahezu völligen Erklärung von α durch Modell 3 sei daran erinnert, daß α bei Stichprobendaten linear aus dem MIN_D der Stichprobe geschätzt wird.

Die Bewertung der Eignung von NV- und WB-Modell anhand des Vergleichs zwischen realen mit simulierten Durchmesserverteilungen ist baumartenspezifisch vorzunehmen (Tab. 2). Für die *Fichte* waren für diesen Zweck nur die FiVF-Daten (32 Aufnahmen) geeignet. Das WB-Modell ist dem NV-Modell vorzuziehen, da es in allen Fällen (eine Ausnahme) für alle Kriterien besser abschneidet. Zwei Auffälligkeiten sind zu diskutieren. Zum einen liefert Modell 3 gegenüber Modell 2 – wider Erwarten – schlechtere Ergebnisse. Zum anderen sollten die Abweichung der Grundflächensumme diffsum_ gf, gemittelt über alle Datensätze, immer nahezu Null sein. Dies ist aber oft nicht der Fall, – wenn auch die Abweichungen nicht groß sind. Eine Erklärung mag sein, daß *Durchmesser*verteilungsmodelle optimiert wurden, die bei der Simulation von *Grundflächen* u. U. zur Unter- oder Überschätzung führen können. Dies ließe sich vermei-

Tab. 2

Vergleich der Eignung von Normal- und WEIBULLverteilungsmodell

Comparison of performance of normal and WEIBULL distribution model

Fichte – spruce

n = 32	maxdiff (mean)		meandiff (mean)		meandiff_gf (mean)		diffsum_gf % (mean)	
	NV	WB	NV	WB	NV	WB	NV	WB
Modell 1	0,0768	0,0753	0,0227	0,0218	44,46	41,73	0,041	–0,359
Modell 2	0,0729	*0,0717*	0,0226	*0,0212*	45,30	*41,17*	0,634	*–0,016*
Modell 3	0,0781	0,0720	0,0246	0,0221	49,80	43,32	0,838	0,153

Buche – beech

n = 121	maxdiff (mean)		meandiff (mean)		meandiff_gf (mean)		diffsum_gf % (mean)	
	NV	WB	NV	WB	NV	WB	NV	WB
Modell 1	0,0849	0,0813	0,0092	0,0092	105,50	108,38	–0,475	–0,840
Modell 2	0,0736	0,0680	0,0073	0,0072	80,93	84,32	–0,119	–0,380
Modell 3	0,0694	*0,0623*	0,0070	*0,0065*	75,92	*74,86*	*0,063*	–0,269

Eiche – oak

n = 20	maxdiff (mean)		meandiff (mean)		meandiff_gf (mean)		diffsum_gf % (mean)	
	NV	WB	NV	WB	NV	WB	NV	WB
Modell 1	0,1148	0,1034	0,0255	0,0226	99,29	104,05	–0,045	–1,290
Modell 2	0,1049	0,1006	0,0240	0,0219	*83,05*	99,43	*0,063*	–1,010
Modell 3		*0,0960*		*0,0206*		89,25		–0,800

Felder mit günstigeren Werten sind schattiert. Die besten Werte je Vergleichskriterium sind *kursiv* gedruckt. — Shaded fields indicate superior values. Best values of each criterium are *italics.*

den, wenn anstatt mit Durchmesser- mit Grundflächenverteilungsfunktionen gearbeitet würde (KILKKI und PÄIVINEN, 1986; KILLKI et al., 1989; HÖKKA et al., 1991). Ferner erfolgte die Modellanpassung auf der Basis aller Daten, – ein Vergleich hingegen konnte lediglich für die FiVF-Daten erfolgen. Diese stellen jedoch nur ein Teilkollektiv dar, das für das Gesamtkollektiv (LWI-, FiVF- und NWZ-Daten) nicht repräsentativ ist. Für die *Buche* wurden für den Modellvergleich 121 Aufnahmen aus den NWZ-Daten verwendet. Anhand der 4 Kriterien kann weder dem WB- noch dem NV- Modell der Vorzug gegeben werden. Sollen nur die Kriterien, die die Grundfläche betonen, den Ausschlag geben, so schneidet das NV-Modell besser ab. Anders als bei der Fichte zeigt sich für die Buche, daß man mit Einbeziehung weiterer Erklärungsgrößen erwartungsgemäß bessere Ergebnisse erhält: Hier repräsentiert das getestete Kollektiv das Gesamtkollektiv wesentlich besser. (Nebenbei sei erwähnt, daß es insbesondere bei Modell 3 notwendig ist, auch solche Nachkommastellen bei der Parameterschätzung zu berücksichtigen, die im Regressionsmodell selbst nicht signifikant sind, da sich sonst deutlich schlechtere Ergebnisse ergeben. Aus diesem Grund werden generell – ungeachtet der Signifikanz – 4 Nachkommastellen angegeben.) Für die *Eiche* stehen zum Modellvergleich 20 Verteilungen aus den NWZ-Daten zur Verfügung. Für alle Modelle liefert das NV-Modell für die ersten beiden Vergleichskriterien schlechtere, aber für die beiden, die Grundfläche berücksichtigenden Kriterien bessere Werte als das WB-Modell. Für die *Kiefer* lagen keine für einen Vergleich geeigneten Datensätze vor.

Aufgrund dieser Ergebnisse wird geraten, – wenn zur Schätzung der Verteilungsparameter das Standardmodell mit M_D als einziger unabhängiger Größe zu wählen ist –, für die Fichte das WB-Modell und für Buche, Eiche und Kiefer das NV-Modell zu verwenden. Die Berücksichtigung von MAX_D und MIN_D in den erweiterten Modellen trägt meist zu einer deutlichen Verbesserung der Ergebnisse bei.

5. ZUSAMMENFASSUNG

Anhand von Daten aus dem Testlauf der Landeswaldinventur in NRW, aus Naturwaldzellen und Fichten-Versuchsflächen wurden für die Baumarten Fichte, Buche, Eiche und Kiefer lineare Funktionen zur Schätzung der Parameter von Bestandesdurchmesserverteilungsfunktionen erstellt. Als Modelle wurden die Normal- und die WEILBULLverteilung untersucht. Soll der Bestandesmitteldurchmesser die einzige unabhängige Eingangsgröße sein, so ist die Anwendung der WEILBULLverteilung nur bei der Fichte gerechtfertigt, da bei den anderen Baumarten die Streuung des Formparameters nicht ausreichend erklärt wird. Die Berücksichtigung des maximalen und ggf. auch des minimalen Bestandesdurchmessers führt meist zu einer deutlichen Verbesserung. Für die Eiche und die Kiefer sind die

Ergebnisse als vorläufig zu bezeichnen, da die Datenbasis sehr gering bzw. nicht optimal war. Generell zeigte sich, daß von den Datensätzen der Landeswaldinventur nur diejenigen, die junge Bestände beschreiben, zur Auswertung geeignet sind, da nur bei diesen der für die Repräsentativität geforderte Mindeststichprobenumfang erfüllt wird.

6. Summary

Title of the paper: *Tree specific functions for estimating stand diameter distributions.*

Data of the test run of the national forest inventory of North Rhine-Westfalia, of plots of natural forests and of spruce research plots were used to derive linear functions for estimating parameters of stand diameter distribution functions. The normal and the WEIBULL function are chosen as distribution models. With the mean stand diameter as the only independent variable, the application of the WEIBULL distribution is merely justified for spruce. For the other species, the variance of the form parameter cannot be sufficiently explained. There is normally a significant improvement when the maximum and – if necessary – the minimum stand diameter are taken into account. With regard to oak and pine, the results are temporary because of the lack of the database. In general, it turned out that only those data sets of the inventory are usable which represent young stands, as only in this case the minimum sample size which is required for representability is guaranteed.

7. Résumé

Titre de l'article: *Fonctions, propres à l'essence, pour l'évaluation de la distribution des diamètres des arbres d'un peuplement.*

Sur la base des données collectées lors d'un test effectué pour l'inventaire dans le Land Nord du Rhin-Westphalie, dans des reliques de forêts naturelles et des placettes expérimentales d'épicéa, on a élaboré des fonctions linéaires relatives à l'épicéa, au hêtre, au chêne ainsi qu'au pin sylvestre afin de déterminer les paramètres des fonctions relatives aux diamètres des arbres d'un peuplement. Comme modèle on a étudié les distributions normales et de WEIBULL. Si le diamètre moyen du peuplement doit être la seule grandeur d'entrée indépendante, l'utilisation de la distribution de WEIBULL n'est justifiée que pour l'épicéa, car pour les autres essences la dispersion du paramètre de forme n'est pas connue avec assez de précision. La prise en consideration des maximums – et le cas échéant des minimums – des diamètres des peuplements conduit, le plus souvent, à une nette amélioration. En ce qui concerne le chêne et le pin sylvestre, les résultats sont à regarder comme provisoires car la base de données était très étroite, voire non optimale. D'une manière générale, il apparaît que dans l'ensemble des données de l'inventaire forestier du Land, seules sont exploitables celles concernant les jeunes peuplements car c'est uniquement dans ce cas que la surface des échantillons atteint la taille minimale exigée pour qu'ils soient représentatifs. J. M.

8. Literatur

BAILEY, R. L and DELL, T. R.: Quantifying diameter distributions with the Weibull function. For. Sci. 19 (2), 97–104, 1973

BURKHART, H. E. and STRUB, R.: A model for simulation of planted loblolly pine stands. In: FRIES, J. (ed.): Growth models for tree and stand simulation. Rapporter och Uppsatser/Research Notes 30, 128–135, 1974

CANDY, S. G.: Growth and yield models for *Pinus radiata* in Tasmania. N. Z. J. For. Sci. 19 (1), 112–133, 1989

CLUTTER, J. L. and BENNETT, F. A.: Diameter distributions in old-field slash-pine plantations. Ga. For. Res. Counc. Rep. 13 (9), 1965

COHEN JR., A. C.: Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and on censored samples. Technometrics 7, 579–588, 1965

COHEN, A. C. and WHITTEN, B. J.: Modified maximum likelihood and modified moment estimators for the three parameter Weibull distribution. Commun. Stat. – Theory and Methods 11, 2631–2656, 1983

DUBEY, S. D.: Some percentile estimators for Weibull parameters. Technometrics 9, 119–129, 1967

FISHER, R. A. and TIPPETT, L. H. C.: Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. In: Proc. of the Cambridge Philosophical Soc. 24, 180–190, 1928

GAFFREY, D. und SABOROWSKI, J.: Herleitung von baumartenspezifischen Funktionen zur Schätzung von Bestandesdurchmesserverteilungen auf der Grundlage von Daten aus dem Testlauf der Landeswaldinventur. Bericht zum Werkvertrag 43–537 13–430. LÖBF/LAfAO NRW, Recklinghausen, 122 S., 1996

GARCIA, O.: Simplified method-of-moments estimation for the Weibull distribution. N. Z. J. For. Res. 11 (3), 304–306, 1981

GEROLD, D.: Modellierung des Wachstums von Waldbeständen auf der Basis der Durchmesserstruktur. Diss. B, TU Dresden, Fakultät fur Bau-, Wasser- und Forstwesen, 174 S., 1990

HEMPEL, G.: Theoretical and experimental design for obtaining the most probable distribution of growth values in forest stands by the incomplete gamma-function. In: RENNOLLS, K. and GERTNER, G. (eds.): The optimal design of forest experiments and forest surveys. Proc. IUFRO S4.11 Conf. 1991, Univ. of Greenwich, London, 299–307, 1993

HINH, V. T.: Die mathematische Formulierung der Entwicklung von Durchmesserverteilungen gleichaltriger Reinbestände. Diss. A, TU Dresden, Sektion Forstwirtschaft Tharandt, 145 S., 1983

HÖKKÄ, H., PIIROINEN, M.-L. and PENTTILÄ, T.: The estimation of basal area-dbh distribution using the Weibull-function for drained pine- and birch dominated and mixed peatland stands in north Finnland. Folia Forestalia 781, 22 p. (engl. Zusammenfass.), 1991

JOHNSON, N. I. and KOTZ, S.: Continuous univariate distributions – 1. John Wiley & Sons, New York, 1970

JOHNSON, N. I., KOTZ, S. and BALAKRISHNAN, N.: Continuous univariate distributions. 2. Aufl.. John Wiley & Sons, New York, 1994

KASSIER, H. W. and BREDENKAMP, B. V.: Modelling diameter and height distributions through dispersion statistics in even-aged pine plantations. Suid-Afrikaanse Bosboutydskrif 171, 21–27, 1994

KILKKI, P., MALTAMO, M., MYKKÄNEN, R. und PÄIVINEN, R.: Use of the Weibull function in estimating the basal area dbh-distribution. Silva Fenn. 23 (4), 311–318, 1989

KILKKI, P. und PÄIVINEN, R.: Weibull function in the estimation of the basal area dbh-distribution. Silva Fenn. 20 (2) 149–156, 1986

LINDSAY, S. R., WOOD, G. R. and WOOLLONS, R. C.: Stand table modelling through the WEIBULL distribution and usage of skewness information. For. Ecol. Manage. 81, 19–23, 1996

MAGNUSSEN, S.: Diameter distributions in *Picea abies* described by the Weibull model. Scand. J. For. Res. 1, 493–502, 1986

NAGEL, J. und BIGING, G. S.: Schätzung der Parameter der Weibullfunktion zur Generierung von Durchmesserverteilungen. AFJZ 166 (9/10), 185–189, 1995

NELSON, T. C.: Diameter distribution and growth of loblolly pine. For. Sci. 10, 105–115, 1964

NEWBERRY, J. D. and BURK, T. E.: S_B distribution-based models for individual tree merchantable volume – total volume ratios. For. Sci. 31, 389–398, 1985

NEWBERRY, J. D., MOORE, J. A. and ZHANG, L.: Evaluation of simple quantile estimation functions for modeling forest diameter distributions in even-aged stands of interior Douglas-fir. Can. J. for. Res. 23, 2376–2382, 1993

RENNOLLS, K., GEARY, D. N. and ROLLINSON, T. J. D.: Characterizing diameter distributions by the use of the Weibull distribution. Forestry 58 (1), 57–66, 1985

RÖMISCH, K.: Ein mathematisches Modell zur Simulation von Wachstum und Durchforstung gleichaltriger Reinbestände. Diss. A, TU Dresden, Sektion Forstwirtschaft Tharandt, 297 S. (Bd. 1), 156 S. (Bd. 2, Anlagen), 1983

SABOROWSKI, J.: Schätzung von Durchmesserverteilungen. Berichte der 7. Tagung des Dt. Verb. Forstl. Forschungsanstalten, Sektion Forstl. Biometrie u. Informatik in Ljubljana/Grosuplje, 153–163, 1994

SHIVER, B. D.: Sample sizes and estimation methods for the Weibull distribution for unthinned Slash pine plantation diameter distributions. For. Sci. 34 (3), 809–814, 1988

SPELSBERG, G. und WESSELS, W.: Landeswaldinventur in Nordrhein-Westfalen. AFZ 23, 1292–1293, 1994

WEIBULL, W.: A statistical theory of the strength of materials. Ingenior Vetenskaps Akademiens Handlingar 153, 1939

WEIBULL, W.: A statistical distribution function of wide applicability. J. Appl. Mech. 18, 293–296, 1951

WINGO, D. R.: Maximum likelihood estimation of the parameters of the Weibull distribution by modified quasilinearization. IEEE Trans. Reliability R-21 (2), 89–93, 1972

ZANAKIS, S. H.: A simulation study of some simple estimators for the three parameter Weibull distribution. J. Stat. Comput. Simul. 9, 101–116, 1979

ZARNOCH, S. J. and DELL, T. R.: An evaluation of percentile and maximum likelihood estimators of Weibull parameters. For. Sci. 31, 260–268, 1985

ZUTTER, B. R., ODERWALD, R. G., MURPHY, P. A. and FARRAR JR., R. M.: Characterizing diameter distributions with modified data types and forms of the Weibull distribution. For. Sci. 31 (1), 37–48, 1986